

Оптимизация на основе смешения методов при решении задач многокритериального выбора

Е.П. Яхина, В.Ю. Шаранин

Санкт-Петербургский архитектурно-строительный университет

Аннотация: Метод анализа иерархий достаточно давно описан, исследован и применяется на практике. В целях снижения фактора субъективизма, присущего по сути многим решениям, нами рассматривается вариант использования метода анализа иерархий, в котором оценивание производит не лицо принимающее решение, а группа независимых экспертов. Таким образом, мы предлагаем метод решения задач многокритериальной оптимизации на основе смешения (комбинации) двух методов – метода анализа иерархий и метода экспертного оценивания.

Ключевые слова: Критерии оптимальности, альтернатива, лицо принимающее решение, оптимизация, метод экспертных оценок, метод анализа иерархий, компетентность экспертов, согласованность мнений экспертов.

Ни для кого не секрет, что жизнь современного человека связана с непрерывным принятием решений – решения принимаются постоянно и на разных уровнях, от простых до более глобальных. При этом решением мы называем выбор одного из возможных вариантов действий или альтернатив, руководствуясь одним или несколькими критериями. На уровне управленческих решений критерием может быть прибыль, выручка, эффективность, затраты и т.д., а оптимальным считается вариант, у которого значение этого показателя достигает максимума или минимума.

Причем на практике мы обычно имеем дело не с одним, а с несколькими, зачастую противоречивыми критериями – очевидна невозможность достижения максимума прибыли и минимума затрат одновременно [1]. Такие задачи относят к классу слабоструктурированных, а их математическими моделями являются задачи многокритериальной оптимизации (МКО). Вариантов идеального решения задач МКО практически не существует, и поэтому основная проблема состоит в нахождении компромиссного решения между достижениями различных целей [2]. Многие методы МКО используют упрощение структуры задачи,

сводя задачу к однокритериальной (метод свертки критериев, метод главного критерия, метод уступок и т.п.) [3].

В отличие от такого подхода метод анализа иерархий учитывает влияние всех заложенных в исходной задаче факторов на выбор решения, являясь по сути эффективнее других аналитических инструментов. Он на практике реализует математический инструмент системного подхода к сложным проблемам принятия решений на основе парных сравнений [4].

Так как фактор субъективизма присущ большинству решений, принимаемых человеком, мы поставили задачу снизить его влияние на принимаемое решение путем комбинации двух методов – метода МАИ и метода экспертных оценок.

Метод анализа иерархий

Цель метода анализа иерархий состоит в формализации проблемы [5], разложению ее на более простые путем представления в виде иерархии, показанной на рис.1. Следует отметить, что существуют модели МАИ с числом уровней иерархии больше трех, для упрощения мы будем использовать схему с тремя уровнями.

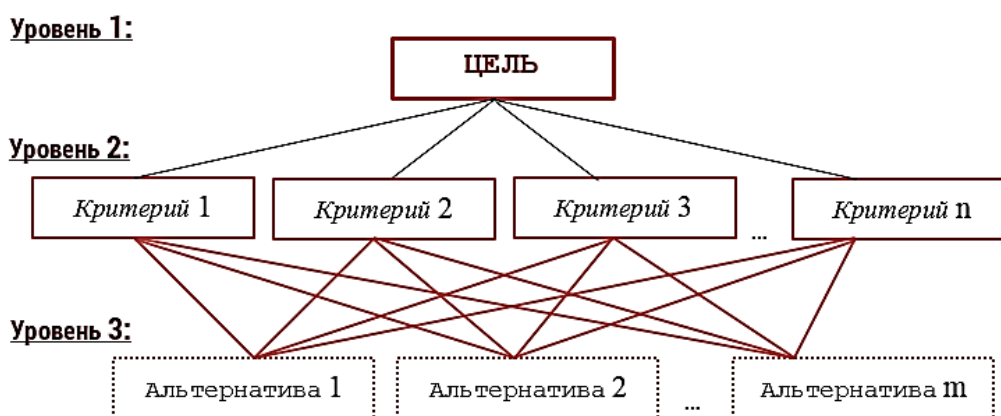


Рис. 1. – Структура иерархии в методе МАИ

Прямая задача МАИ состоит в нахождении весов (приоритетов) рассматриваемых альтернатив исходя из весов критериев и данных о попарном сравнении объектов относительно каждого критерия [6].

В результате попарных сравнений мы составляем матрицы вида, показанного на рис.2. Число таких матриц равно $n+1$, где n – число критериев задачи [7].

$$A_i = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \frac{1}{a_{12}} & 1 & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{a_{1j}} & \frac{1}{a_{2j}} & \vdots & 1 & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ \frac{1}{a_{1n}} & \frac{1}{a_{2n}} & \vdots & \frac{1}{a_{jn}} & \vdots & 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 2. – Структура матриц парных сравнений

В процессе решения задачи для заполнения матриц используются шкалы оценки важности (значимости). Наиболее удобной на наш взгляд является шкала 1-9, где верхним пределом оценки служит число 9 и число 1 обозначает равенство элементов, а 9 – абсолютное превосходство одного элемента над другим. При этом целое число проставляется у элемента строки в случае, если он превосходит элемент столбца, и наоборот [8].

Расчет вектора приоритета каждой матрицы происходит путем его нормализации, в нашем случае – извлечения корня n -ой степени из произведения n элементов строки с последующим делением каждого на сумму этих элементов (1).

$$a_i = \left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad i = 1 \div n; \quad K_i = \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i}, \quad i = 1 \div n \quad (1)$$

После расчета матриц попарного сравнения следует проверка согласованности суждений путем расчета отношения согласованности (ОС) [6], которое не должно превышать 10%, иначе суждения пересматривают (2).

$$\lambda_{max} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} K_j; \quad ИС = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}; \quad ОС = \frac{ИС}{ПСС}, \quad (2)$$

где n – размерность матрицы, а значение ППС является табличным числом и зависит от размера матрицы.

Итогом является расчет матрицы глобальных приоритетов, на основе которой осуществляется непосредственно поддержка принятия решений – лучшей считается альтернатива с самым высоким глобальным приоритетом.

Метод экспертных оценок

Одна из первых проблем в организации экспертизы – это подбор компетентных экспертов. Часто компетентность эксперта оценивается с учетом таких факторов как уровень достижений в профессиональной сфере, успех и активность в предыдущих экспертизах и т.д. Иначе оценить компетентность эксперта можно путем проведения контрольной экспертизы. Однако, когда правильные ответы на поставленные вопросы заранее неизвестны, используют подход, основанный на обработке нормированных бальных оценок.

В группе экспертов имеет смысл также проводить оценку согласованности их мнений. На практике это можно сделать расчетом коэффициента конкордации Кендалла (экспертов более двух), или расчетом коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла (два эксперта).

Мы предлагаем использовать группу из n независимых экспертов для оценки m альтернатив на основе метода анализа иерархий. В результате будут составлены n матриц глобальных приоритетов, которые будут обработаны по спроектированному нами алгоритму. Поясним идею метода на примере, опустив этап использования метода МАИ одним экспертом.

Пример. Редакционно-издательский отдел объявил конкурс среди потенциальных авторов, от которых поступили четыре заявки (проекта), которые должны быть оценены по критериям: соответствие тематике жанру проекта, соответствие тематике целям проекта, соответствие уровня целям проекта и реальность сдачи рукописи в срок. Научный совет определил

четырёх экспертов в данной области и предложил произвести оценку критериев и альтернатив на основе метода МАИ путем заполнения матриц парных сравнений, выполнив все необходимые расчеты самостоятельно.

По результатам проведенной работы данного этапа были получены значения глобальных приоритетов экспертов, представленные в таблице №1. Для ответа на вопрос какой проект предпочтительнее, определим согласованность оценок экспертов, их компетентность и построим групповой ранжированный ряд.

Таблица № 1

Экспертные оценки проектов

Эксперт	Глобальные приоритеты проектов				
	Проект 1	Проект 2	Проект3	Проект4	Итого
1-й	0,25	0,25	0,23	0,27	1,00
2-й	0,23	0,25	0,21	0,31	1,00
3-й	0,25	0,27	0,20	0,28	1,00
4-й	0,27	0,25	0,20	0,28	1,00
средние баллы	0,250	0,255	0,210	0,285	

Для расчета компетентности мнений экспертов воспользуемся электронными таблицами. Подсчет взвешенных оценок происходит путем поэлементного умножения строки средних баллов проектов на текущие оценки эксперта. Коэффициент компетентности считается делением взвешенной оценки на суммарную по данному столбцу.

Эксперт	Глобальные приоритеты проектов					Расчетные параметры		
	Проект 1	Проект 2	Проект3	Проект4	Итого	Взвешенные оценки	Коэф-т компетентности	Абсолютное отклонение от среднего
1-й	0,25	0,25	0,23	0,27	1,00	0,2515	0,2487	0,13%
2-й	0,23	0,25	0,21	0,31	1,00	0,2537	0,2508	0,08%
3-й	0,25	0,27	0,20	0,28	1,00	0,2532	0,2503	0,03%
4-й	0,27	0,25	0,20	0,28	1,00	0,2531	0,2502	0,02%
средние баллы	0,250	0,255	0,210	0,285		1,01	0,2500	

Рис. 3. – Оценка компетентности экспертов

В нашем примере все эксперты показали небольшое абсолютное (по модулю) отклонение от средней величины 0,25, однако у третьего и четвертого экспертов эти отклонения минимальны – 0,03% и 0,02% соответственно (рис.3).

Расчет согласованности мнений экспертов выполним на основе коэффициента конкордации Кендалла [9] по формуле (3):

$$W = \frac{12}{m^2(n^3 - n)} \sum_{i=1}^n D_i^2 \quad (3)$$
$$D_i = \sum_{j=1}^m R_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n R_{ij}$$

где m – число экспертов, n – число оцениваемых параметров; R_{ij} – ранг i -го параметра, присвоенный j -м экспертом. Для расчета коэффициента конкордации требуется дополнительно вычислить ранги наших проектов. Результаты расчетов представлены на рис.4.

Эксперт	Ранги проектов			
	Проект 1	Проект 2	Проект3	Проект4
1-й	2	2	4	1
2-й	3	2	4	1
3-й	3	2	4	1
4-й	2	3	4	1
сумма рангов	10	9	16	4
D_i	0	-1	6	-6
D_i^2	0	1	39	33
согласованность мнений экспертов	0,9094			

Рис 4. – Расчет согласованности мнений экспертов

В нашем примере величина коэффициента конкордации, равная 0,9094, говорит о хорошей степени согласованности мнений выбранных экспертов, то есть их совокупная оценка в большей степени объективна.

И в заключении нам необходимо построить ранжированный ряд проектов. Для этого мы воспользуемся значениями средних баллов каждого

проекта (средних глобальных приоритетов) таблицы 1, где большее значение приоритета указывает на большую привлекательность проекта. В результате наши проекты выстраиваются следующим образом: проект 4, проект 2, проект 1 и проект 3 – результатом предпочтения является проект 4.

Таким образом, нами рассмотрен метод анализа иерархий как достаточно привлекательный аналитический инструмент решения задач МКО [10], который часто является эффективнее других методов и предложена его модификация за счет дополнения методом экспертных оценок. Такое сочетание, несомненно, позволяет снизить уровень субъективного фактора в процессе выбора альтернатив, а значит принимать оптимальные решения.

Литература

1. Лотов, А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений.– М.: МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
2. Березовский Б. А., Барышников Ю. М., Борзенко В. И., Кепнер Л.М. Многокритериальная оптимизация: Математические аспекты. – М.: Наука, 1986. – 186 с.
3. Титова А.А. Исследование многокритериальной задачи принятия решения о выборе франшизы для инвестирования при помощи метода Fuzzy VICOR. // Инженерный вестник Дона. 2021. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2021/6782
4. Фурцев Д.Г., Чикулаева А.А. «Алгоритм выбора лучшего решения в системах поддержки принятия решений» // Международная молодежная конференция "Прикладная математика, управление и информатика". 3-5 октября 2012 г.: Сборник трудов. – Белгород: ИД "Белгород", 2012. В 2-х томах. Т. 2. – С. 607-609.
5. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.

6. Saaty T. L. The Analytic Hierarchy Process: what is it and how it is used // *Mathematical Modeling*. – 1987. – Vol. 9. no. 3-5. Pp. 161-176.
7. Belton V., Gear T. On a Short-Coming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies // *Omega*. – 1983. – Vol. 11. no. 3. Pp. 228-230.
8. Maleki H., Zahir S. A. Comprehensive Literature Review of the Rank Reversal Phenomenon in the Analytic Hierarchy Process // *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*. 2013. V. 20. no. 3-4. Pp. 141-155.
9. Бабенко Т.И., Барабаш С.Б. Методы принятия управленческих решений (в среде Excel) – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2006. – 228 с.
10. Земцов А. Н, Болгов Н. В., Божко С. Н. Многокритериальный выбор оптимальной системы управления базы данных с помощью метода анализа иерархий // *Инженерный вестник Дона*. 2014. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2360.

References

1. Lotov, A.V., Pospelova I.I. *Mnogokriterialnye zadachi prinyatiya reshenij* [Multicriteria decision problems]. M.: MAKS Press, 2008. 197 p.
 2. Berezovskij B. A., Baryshnikov Yu. M., Borzenko V. I., Kepner L.M. *Mnogokriterialnaya optimizaciya: Matematicheskie aspekty*. [Multicriteria optimization: Mathematical aspects]. M.: Nauka, 1986. 186 p.
 3. Titova A.A. *Inzhenernyj vestnik Dona*. 2021. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2021/6782
 4. Furcev D.G., Chikulaeva A.A. «Algorithm vybora luchshego resheniya v sistemax podderzhki prinyatiya reshenij» [Algorithm for selecting the best solution in decision support systems] *Mezhdunarodnaya molodezhnaya konferenciya "Prikladnaya matematika, upravlenie i informatika"*. 3-5 oktyabrya 2012 g.: Sbornik trudov. – Belgorod: ID "Belgorod", 2012. V 2-x tomax. T. 2. pp. 607-609.
-



5. Saati, T. Prinyatie rehenij. Metod analiza ierarxij [Making decisions. Hierarchy Analysis Method]. M.: Radio i svyaz`, 1993. 320 p.
6. Saaty T. L. Mathematical Modeling. 1987. Vol. 9. no. 3-5. Pp. 161-176.
7. Belton V., Gear T. Omega. 1983. Vol. 11. no. 3. Pp. 228-230.
8. Maleki H., Zahir S. A. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. 2013. V. 20. no. 3-4. Pp. 141-155.
9. Babenko T.I., Barabash S.B. Metody prinyatiya upravlencheskix reshenij (v srede Excel) [Methods for making management decisions (in Excel)]. Novosibirsk: Izdatelstvo SO RAN, 2006. 228 p.
10. Zemczov A. N, Bolgov N. V., Bozhko S. N. Inzhenernyj vestnik Dona. 2014. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2360.