

Напряженно-деформированное состояние армированной бимодульной балки при различных вариантах закрепления

А.Н. Бескопыйный, Е.Э. Кадомцева, Г.П. Стрельников, В.С.

Полтавский, М.В. Лукьяненко

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В работе рассматриваются статически определимая и статически неопределимые армированные балки прямоугольного поперечного сечения из бимодульного материала, нагруженные равномерно распределённой нагрузкой. Так как для гетерогенных материалов модуль упругости на растяжение и сжатие разные, целью работы являлось исследование влияния различных граничных условий в статически неопределимых балках на НДС. Показано, что величина максимальных нормальных напряжений меньше напряжений, найденных без учёта бимодульности материала балки, как в статически определимых, так и в статически неопределимых балках. Максимальное нормальное напряжение и максимальный прогиб уменьшаются при переходе к статически неопределимой балке от аналогичной статически определимой балке заменой опор. Используемый в работе метод даёт возможность уточнить расчёт на прочность и жёсткость с учётом бимодульности материала армированных балок, а также выбрать оптимальное закрепление балок, обеспечивающих несущую способность конструкции с экономией материала.

Ключевые слова: армированная балка, гетерогенность, бимодульный материал, напряженно деформированное состояние, нормальные напряжения, прогиб, статически неопределимая схема, несущая способность, прочность, деформативность.

Увеличение несущей способности строительной конструкции зависит от многих факторов, в том числе и от способа закрепления и соединения её элементов. При раскрытии статической неопределимости в уравнение совместности деформаций входит величина жёсткости, зависящая от механических характеристик материала, из которых изготовлены элементы данной конструкции, следовательно, возникающие реакции опор также зависят от механических характеристик материала, из которого изготовлен элемент конструкции и, как следствие, внутренние усилия и напряжения также зависят от вида закрепления элемента конструкции – балки.

Основным строительным материалом является бетон. Практически все марки бетона обладают свойством гетерогенности (бимодульности), то есть величины модулей на растяжение и сжатие у них разные [1-3]. Например, для

тяжёлых бетонов марки АФБ-1 модуль упругости на сжатие в два раза больше модуля упругости на растяжение: $E_- = 1.75 \cdot 10^3 \text{ кгс/мм}^2$ [1], $E_+ = 0.75 \cdot 10^3 \text{ кгс/мм}^2$ [2]. Для лёгких бетонов типа фибропенобетона модуль упругости на сжатие меньше модуля упругости на растяжения в 2.2 раза меньше модуля упругости на растяжение $E_{\sigma-} = 2250 \text{ МПа}$, $E_{\sigma+} = 5000 \text{ МПа}$ [1].

Стандартные методы раскрытия статической неопределимости не учитывают фактор бимодульности материалы. С учётом бимодульности приведённая жёсткость в уравнении для прогиба имеет вид [1]:

$$D = E_p J_y^p + E_c J_y^c + E_a \left(n_p \left(J_{y_1}^p + A_a^p c_p^2 \right) + n_c \left(J_{y_1}^c + A_a^c c_c^2 \right) \right), \quad (1)$$

где D – приведенная жесткость балки из гетерогенного материала; E_p – модуль упругости материала в зоне растяжения, E_c – модуль упругости материала в зоне сжатия, E_a – модуль упругости арматуры, $J_{y_1}^p$ – момент инерции растянутой зоны поперечного сечения относительно нейтральной оси, J_y^c – момент инерции сжатой зоны поперечного сечения относительно нейтральной оси; $J_{y_1}^p$ – момент инерции поперечного сечения арматуры, которая лежит в зоне растяжения, относительно собственной центральной оси, $J_{y_1}^c$ – момент инерции поперечного сечения арматуры, которая лежит в зоне сжатия, относительно собственной центральной оси, n_p – число стержней арматуры в зоне растяжения, n_c – число стержней арматуры в зоне сжатия, A_a^p – площадь поперечного сечения арматуры в зоне растяжения, $\frac{E_c}{E_p}$ – площадь поперечного сечения арматуры в зоне сжатия, c_p – расстояние от арматуры в зоне растяжения до нейтральной оси, c_c – расстояние (координата) от арматуры в зоне сжатия до нейтральной оси.

Целью данной работы является исследование влияния на величины НДС бимодульности материала и наличия армированных стержней в растянутой и сжатой зонах на некоторых примерах статически определимых

и статически неопределимых балок. Рассматривались три вида закрепления (рис.1) армированной балки прямоугольного поперечного сечения (рис.2): шарнирно опёртая по концам (рис.1а), защемлённая на одном конце и шарнирно опёртая на другом конце (рис.1б) и балка на трёх шарнирных опорах (рис.1с). Балки имеют одинаковую длину и нагружены равномерно распределённой нагрузкой одинаковой интенсивности. Материал балки фибропенобетон. Раскрытие статической неопределимости проводилось широко известными методами, в том числе методом начальных параметров.

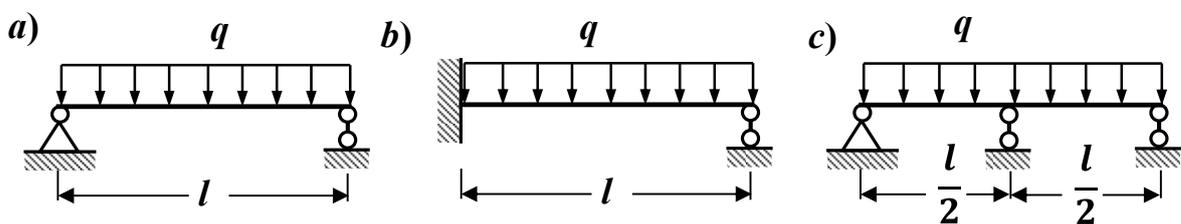


Рис.1- Схемы балок с различными вариантами закрепления.

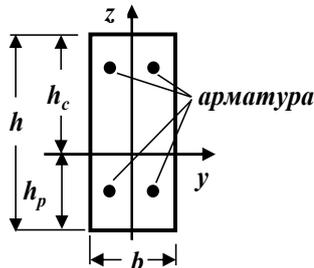


Рис.2 - Схема поперечного сечения балки.

Формулы для максимальных нормальных напряжений с учётом бимодульности материала, возникающих в поперечном сечении в сжатой и растянутой зонах имеют вид [1-3]:

$$\sigma_{\sigma_{+max}} = \frac{3(1 + \sqrt{k})h\sqrt{k}}{kbh^3 + 3(1 + \sqrt{k})^2 E_a (n_p (J_{y_1}^p + A_a^p c_p^2) + n_c (J_{y_1}^c + A_a^c c_c^2)) / E_p} M_y \quad (2)$$

$$\sigma_{\sigma_{-max}} = \frac{3(1 + \sqrt{k})hk}{kbh^3 + 3(1 + \sqrt{k})^2 E_a (n_p (J_{y_1}^p + A_a^p c_p^2) + n_c (J_{y_1}^c + A_a^c c_c^2)) / E_p} M_y, \quad (3)$$

Где h_p – высота растягивающейся зоны, h_c – высота сжимающейся зоны,

$h = h_p + h_c$ – высота поперечного сечения,

$\sigma_{\sigma+}$ – нормальное напряжение, возникающее в растянутой зоне бетона,

$\sigma_{\sigma-}$ – нормальное напряжение, возникающее в сжатой зоне бетона,

$k = \frac{E_c}{E_p}$, M_y – изгибающий момент относительно нейтральной линии в

произвольном поперечном сечении балки, n – число стержней арматуры,

Для шарнирно опёртой по двум концам балки (рис.1а) и балки, закреплённой на одном конце и шарнирно опёртой на другом конце (рис.1б) максимальные моменты одинаковы, поэтому и величины максимальных нормальных напряжений одинаковы. Подробное исследование зависимости максимального нормального напряжения от бимодульности материала и количества стержней арматуры в сжатой и растянутой зоне для шарнирно опёртой балки прямоугольного поперечного сечения дано в работах [4-6]. Для балок, в которых максимальный изгибающий момент одинаковый при расчётах на прочность можно опираться на исследования статически определимой шарнирно опёртой балки [7-9].

Расчёты проводились для балок со следующими характеристиками: длина балки: $l=2$ м, интенсивность распределённой нагрузки $q=20$ кН/м, размеры поперечного сечения: $h=0.89$ м, $b=0.28$ м.

На рис. 3, рис. 4 показаны графики зависимости максимальных нормальных напряжений в статически определимой шарнирно опёртой балке (рис.1а) от числа стержней арматуры в растянутой зоне с учетом и без учета бимодульности в случае, когда число стержней в сжатой зоне постоянно и равно 2.

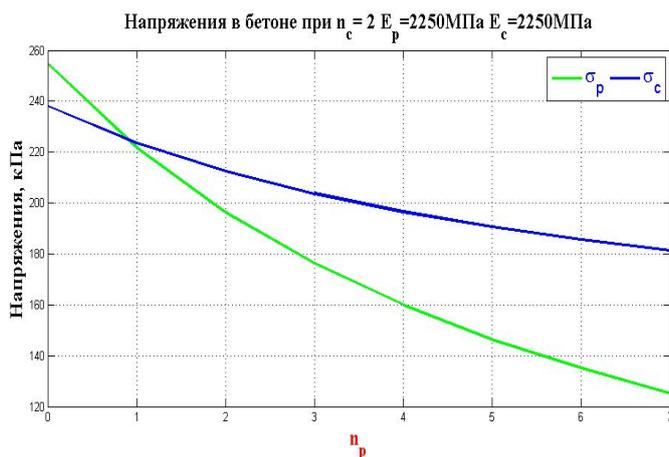


Рис.3-Зависимость максимальных нормальных напряжений от числа стержней арматуры без учёта бимодальности в статически определимой шарнирно опёртой балке.

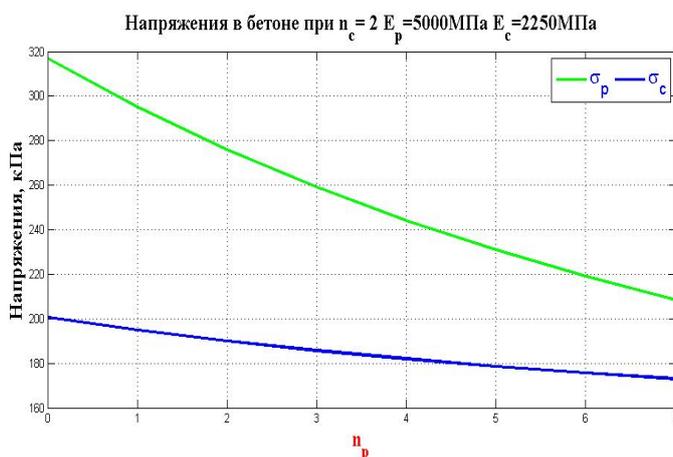


Рис.4-Зависимость максимальных нормальных напряжений от числа стержней арматуры с учётом бимодальности в статически определимой шарнирно опёртой балке.

Аналогичные зависимости были получены для балки, лежащей на трёх шарнирных опорах (рис.5, 6).

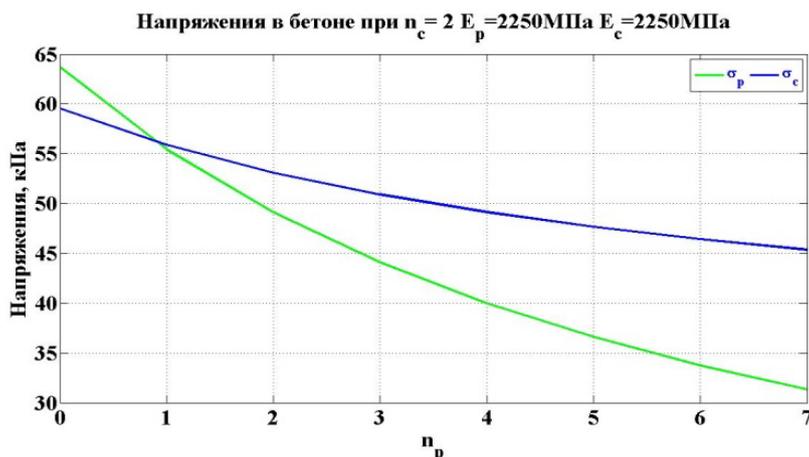


Рис.5-Зависимость максимальных нормальных напряжений от числа стержней арматуры без учёта бимодульности в статически неопределимой шарнирно опёртой балке.

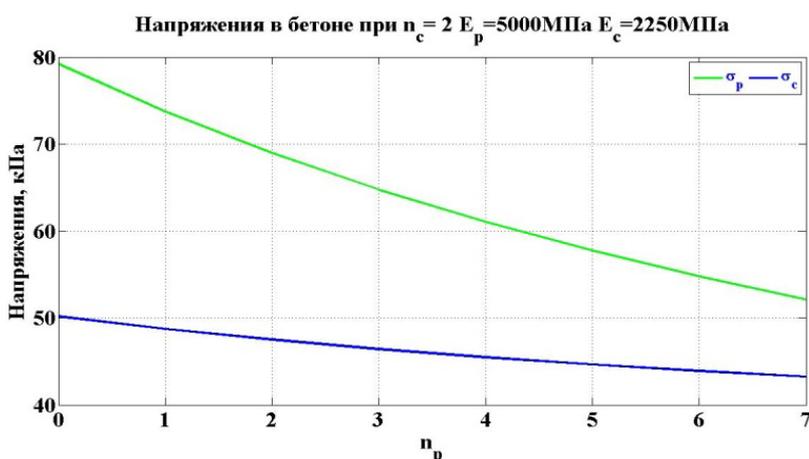


Рис.6-Зависимость максимальных нормальных напряжений от числа стержней арматуры с учётом бимодульности в статически неопределимой шарнирно опёртой балке.

Анализируя напряжённое состояние в статически определимой (рис.1а) и статически неопределимой балкой (рис.1с) по графикам, представленным на рис.3, рис.4, рис.5, рис.6 можно сделать вывод, что добавление шарнирной опоры понижает нормальное растягивающее и нормальное сжимающее напряжение в четыре раза как без учёта бимодульности, так и с учётом бимодульности материала. С учётом бимодульности материала в статически определимой балке нормальные растягивающие напряжения больше чем

нормальные растягивающие напряжения без учёта бимодульности на 23%, а нормальные сжимающие напряжения соответственно на 20 % меньше (рис.3 и 4). В статически неопределимой балке наблюдается та же картина.

То есть в статически неопределимых и статически определимых балках зависимость максимальных напряжений от числа стержней арматуры с учётом или без учёта бимодульности качественно одинакова, но отличается по величине.

Зависимость прогиба, возникающего в статически неопределимой балке, закреплённой одним концом и шарнирно-опёртой на другом (рис.1b) , показана на рис.7. Как видно из графика с увеличением числа стержней арматуры в растянутой зоне максимальный прогиб уменьшается. Максимальный прогиб с учётом бимодульности (зелёная кривая) меньше, чем максимальные прогибы без учёта бимодульности (красная кривая) в 1.5 раза в случае, когда за модуль упругости принимается, как принято в расчётах, модуль упругости при сжатии. Эти зависимости верны для балок любой формы поперечного сечения, состоящего из прямоугольников [10], [11],[12], а также для балок, лежащих на упругом основании [13].

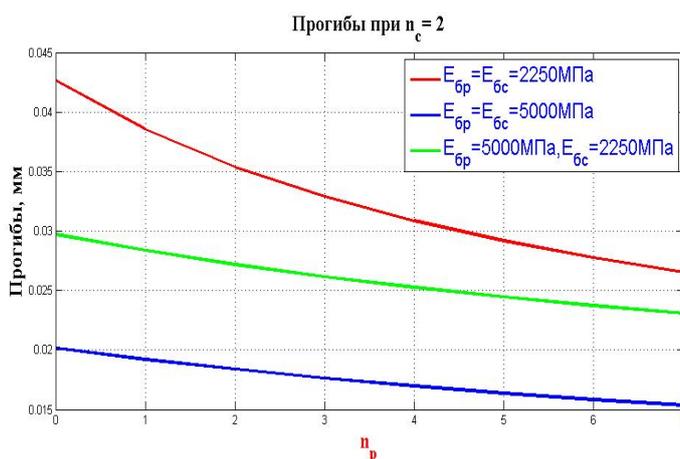


Рис.7. Зависимость максимального прогиба балки, закреплённой одним концом и шарнирно опёртой другим концом, с учётом и без учёта бимодульности от числа стержней арматуры, расположенных в растянутой зоне при $n_c = 2$.

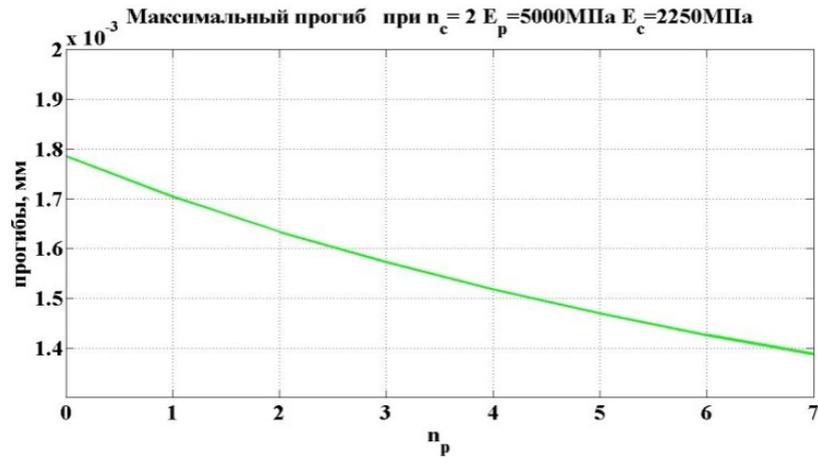


Рис.8. Зависимость максимального прогиба балки на трёх шарнирных опорах с учётом бимодульности от числа стержней арматуры, расположенных в растянутой зоне при $n_c = 2$.

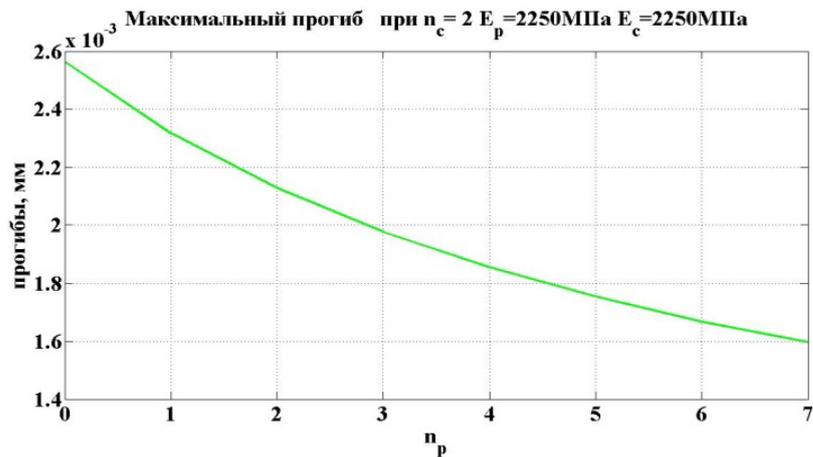


Рис.9. Зависимость максимального прогиба балки на трёх шарнирных опорах без учёта бимодульности от числа стержней арматуры, расположенных в растянутой зоне при $n_c = 2$

Изменение прогиба для статически неопределимой шарнирно опёртой балки (рис.1с) в зависимости от числа стержней в растянутой зоне имеет тот же характер, как и для статически неопределимой защемлённой балки (рис.1b). При этом величина максимального прогиба в статически неопределимой шарнирно опёртой балке в 17 раз меньше максимального прогиба в статически неопределимой защемлённой балке.

На основе проведённых численных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Учёт бимодульности материала при расчёте армированных балок понижает характеристики НДС, что ведёт к более экономичному использованию материала.
2. Зависимость характеристик НДС от числа стержней в растянутой зоне как в статически определимых, так и в статически неопределимых балках одинакова, что позволяет изменять опоры балки для уменьшения характеристик НДС и повышения прочности с учётом бимодульности материала.
3. Рассмотренный в работе метод даёт возможность выбрать наиболее оптимальный вариант закрепления балки с учётом свойств бимодульности материала балки, числа и расположения стержней арматуры и проводить необходимые расчёты на прочность и жёсткость для статически определимых и статически неопределимых балках.

Литература:

1. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. М.: Наука, 1982. 317 с.
2. Мясников В.П., Олейников А.И. Основы механики гетерогенно-сопротивляющихся сред. Владивосток: Дальнаука, 2007. 171 с.
3. Rigbi Z. Some thoughts concerning the existence or otherwise of an isotropic bimodulus material // ASME Journal of engineering materials and technology – October 1980, № 102, pp.183 – 384.
4. Кадомцева Е.Э., Моргун Л.В. Учёт влияния отличия модулей упругости на сжатие и растяжение при расчёте на прочность армированных балок с заполнителем из фибропенобетона // Инженерный вестник Дона, 2013, № 2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1655
5. Кадомцева Е.Э., Бескопыльный А.Н. Расчёт на прочность армированных балок с заполнителем из бимодульного материала с использованием различных теорий прочности // Инженерный вестник Дона, 2013, № 4 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/1655

6. Кадомцева Е.Э., Моргун Л.В., Бескопыльная Н.И., Моргун В.Н., Бердник Я.А. Исследование влияния бимодульности фибропенобетона на прочность армированных балок // Международная научно-практическая конференция «Строительные материалы, конструкции и сооружения XXI века» СПб.: Стройматериалы 2017. С. 52-56.

7. Моргун В.Н., П.Н. Курочка, А.Ю. Богатина, Е.Э. Кадомцева, Л.В.Моргун. К вопросу о сцеплении стержневой арматуры с бетоном и фибробетоном // Строительные материалы. 2014. №8. С. 56-59.

8. Филин А.П. Прикладная механика твёрдого деформируемого тела. Т.1 М.: Наука, 1981. 832 с.

9. Мышкис А.Д. Прикладная математика для инженеров. Специальные курсы. 3-е изд доп. М.: Физматлит, 2007. 688 с.

10. Yin J.H. Comparative modeling study on reinforced beam on elastic foundation // ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2000. Vol. 126, № 3.pp. 265-271.

11. Моргун Л.В., Кадомцева Е.Э., Бердник Я.А. Приближённый метод расчёта армированной балки на упругом основании с бимодульным заполнителем. XVII Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности». Тула: ТулГУ, 2016. С. 113-115.

12. Кадомцева Е. Э., Моргун Л.В., Бескопыльная Н.И., Моргун В.Н., Бердник Я.А. Исследование влияния бимодульности фибропенобетона на прочность армированных балок // Строительные материалы. 2017. №5. С. 52-55.

13. Beskopylny A.N., Kadomtseva E.E., Strelnikov G.P., Morgun L.V., Berdник Y.A., Morgun V.N. Model of heterogeneous reinforced fiber foam concrete in Bending// IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 365 (2018) 032023 doi:10.1088/1757-899X/365/3/032023

References

1. Ambartsumyan S.A. Raznomodul'naya teoriya uprugosti [Heterogeneity theory of elasticity]. M.: Nauka, 1982. 317 p.
2. Myasnikov V.P., Oleynikov A.I. Osnovy mekhaniki geterogenno-soprotivlyayushchikhsya sred [Bases of heterogeneously strengthening environment's mechanics]. Vladivostok: Dal'nauka, 2007. 171 p.
3. Rigbi Z. ASME Journal of engineering materials and technology – October 1980, № 102, pp. 183 – 384
4. Kadomtseva E.E., Morgun L.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1655
5. Kadomtseva E.E., Beskopyl'nyy A.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/1655
6. Kadomtseva E.E., Morgun L.V., Beskopyl'naya N.I., Morgun V.N., Berdnik Ya.A. Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya “Stroitel'nye materialy, konstruksii i sooruzheniya XXI veka”: trudy (Proc. International scientific and practical conference “Construction materials, designs and buildings of 21 century”) SPb.: Stroymaterialy 2017. pp. 52-56.
7. Morgun V.N., P.N. Kurochka, A.Yu. Bogatina, E.E. Kadomtseva, L.V.Morgun. Stroitel'nye materialy. 2014. №8. pp. 56-59.
8. Filin A.P. Prikladnaya mekhanika tverdogo deformiruemogo tela [Applied mechanics of the solid deformed body]. T.1 M.: Nauka, 1981. 832 p.
9. Myshkis A.D. Prikladnaya matematika dlya inzhenerov [Applied mathematics for engineers]. Spetsial'nye kursy. 3-e izd dop. M.: Fizmatlit, 2007. 688 p.
10. Yin J.H. ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2000. Vol. 126, № 3. pp. 265-271.
11. Morgun L.V., Kadomtseva E.E., Berdnik Ya.A. XVII Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya “Aktual'nye problemy stroitel'stva, stroitel'noy industrii i promyshlennosti”: Trudy (Proc. XVII International



- scientific and technical conference “Current problems of construction, construction industry and industry). Tula: TulGU, 2016. pp. 113-115.
12. Kadomtseva E. E., Morgun L.V., Beskopyl'naya N.I., Morgun V.N., Berdnik Ya.A. Stroitel'nye materialy. 2017. №5. pp. 52-55.
13. Beskopylny A.N., Kadomtseva E.E., Strelnikov G.P., Morgun L.V., Berdnik Y.A., Morgun V.N. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 365 (2018) 032023 doi:10.1088/1757-899X/365/3/032023