

Байесовский подход при обосновании числа необходимых экспериментальных замеров в контроле качества окружающей среды

*Н.В. Мензелинцева, Н.Ю. Карапузова, И.М. Статюха,
О.В. Жиркова, А.А. Жаринов*

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград

Аннотация: На основании подхода Байеса определено репрезентативное количество экспериментальных замеров при оценке качества окружающей среды, в частности, при контроле качества атмосферы и при проверке выполнения норматива накопления твердых коммунальных отходов (ТКО).

Ключевые слова: Байесовский подход, контроль качества, экспериментальный замер, априорные данные, апостериорные данные, плотность распределения вероятности, предельно допустимая концентрация, норматив накопления твердых коммунальных отходов.

При оценке качества окружающей среды в целом или отдельных ее компонентов (воздух, почва, вода) получаемые результаты в значительной степени определяются репрезентативностью проводимых замеров, организация которых регламентируется соответствующими нормативными документами [1-3].

Так, проведение наблюдений за уровнем загрязнения атмосферы предусматривает организацию стационарных, маршрутных и подфакельных постов, а также устанавливаются программы наблюдений, в соответствии с чем определяется количество проб воздуха для анализа [1].

Для получения достоверного результата требуется отбор значительного количества проб, этот процесс достаточно длителен и дорогостоящий [4]. Найти репрезентативное количество проб можно, используя подход Байеса [5-7].

В статистике Байеса вероятность отражает степень доверия событию, причем она может изменяться по мере накопления новой информации. Степень доверия может основываться на данных предыдущих экспериментов, личном опыте прошлых наблюдений, модельных гипотезах, т.е. знаниях, полученных до эксперимента (лат/ a priori), или априорных данных. Начальная вероятность, каждой возможности до того, как произошло наблюдение, называется априорной [8-10].

В процессе эксперимента известные данные постепенно уточняются, после эксперимента (лат. a posteriori) появляются новые данные, апостериорные, которые формируют новые представления об изучаемом процессе. Нормализованный ответ после вычисления вероятности для каждой точки данных (для каждого наблюдения) называется апостериорным.

Для вычисления и обновления вероятности события после получения новых данных используют теорему Байеса, которая описывает его условную вероятность на основе как полученных данных, так и априорной информации или доверия событию, или условий, связанных с событием. Она описывает преобразование информации в процессе эксперимента.

Поскольку байесовский подход трактует вероятность как степень доверия, то теорема Байеса может прямо назначить распределение вероятности, которое даёт количественную оценку параметру или набору параметров [11].

При байесовском подходе допускается использование априорной информации, а комбинируя эти сведения с результатами экспериментальных замеров, можно получить апостериорную информацию.

Предположим, что V – количество проб воздуха в системе мониторинга всего города за год; V_1 - количество проб воздуха во всей совокупности в системе мониторинга за год, в которых присутствует исследуемое вещество в заданной концентрации; N - доля проб воздуха во всей совокупности в

системе мониторинга за год, рассматриваемой примеси во всей совокупности проб, в которых присутствует исследуемое вещество в заданной концентрации; $N = V_1 / V$; x - количество проб воздуха, взятых в одной мониторинговой точке, в которых экспериментально определено, что исследуемое вещество находится в заданной концентрации.

По теореме Байеса:

$$P(N/x) = \frac{P(x|N)P(N)}{P(x)} \quad (1)$$

Представим выражение (1) в виде:

$$P(N/x) \propto L(N/x) P(N) \quad (2)$$

где $P(N)$ – это априорная плотность вероятности; $L(N/x)$ - функция правдоподобия.

Для адекватного описания $P(N)$ используем бета-распределение [5,7,10], плотность вероятности тогда имеет вид:

$$f(N/\alpha, \beta) = \frac{N^{\alpha-1}(1-N)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} \quad (3)$$

где $B(\alpha, \beta)$ - бета-функция .

С учетом того, что $L(N/x)$ сочетает априорную и апостериорную информации, апостериорную плотность распределения вероятности с учетом конкретных экспериментальных данных можно записать в виде [10]:

$$f(N/x, m, \alpha, \beta) = \frac{N^{m+\alpha-1}(1-N)^{\beta-1}}{B(x+\alpha, m-x+\beta)} \quad (4)$$

где m - количество проб воздуха, которые необходимо отобрать в одной мониторинговой точке.

Параметры бета-распределения могут быть заданы заранее, исходя из имеющихся ранее априорных данных. Если априорные сведения отсутствуют, то можно принять $\alpha=\beta=1$. Если на основании анализа можно предположить равную вероятность как превышения ПДК, так и наоборот, то

можно принять $\alpha=\beta=0,5$. Если, исходя из анализа априорной информации можно предположить, что концентрация в большинстве случаев превышает ПДК, то можно принять, например, $\beta=1, \alpha=4$ [10].

Количество проб m воздуха, которые необходимо отобрать, с доверительной вероятностью p того, что в каждой пробе концентрация вещества составит некоторую величину не менее C (доли ПДК), можно найти из выражения [10]:

$$P(N > C/m, m, \alpha, \beta) = 1-p \quad (5)$$

$$\text{где } P(N > C/m, m, \alpha, \beta) = \frac{\int_0^1 N^{m+\alpha-1} (1-N)^{\beta-1} dN}{B(m+\alpha, \beta)} \quad (6)$$

Расчет при условии, что концентрация C вредного вещества в пробе составляет 0,5ПДК, 0,8ПДК, 1,1ПДК, приведен в табл. 1.

Таблица 1

Репрезентативное число проб (в год) при исследовании качества атмосферы при условии, что $\alpha=\beta=1, p=95\%$

Количество проб в мониторинговой точке, где не обнаружено данное вещество	Гарантированная величина концентрации примеси в пробе, C , доли ПДК		
	$C=0,3$ ПДК	$C=0,5$ ПДК	$C=1,1$ ПДК
1	2	3	4
0	2	8	18
3	5	12	21
8	11	19	62

Анализ данных табл.1 показывает, что если исходить из того, что данное вещество не содержится в количестве проб 0,3,8 соответственно, то при найденном количестве замеров в год в точке системы мониторинга качества воздушной среды в отобранной пробе воздуха содержится как минимум доля C (доли ПДК) рассматриваемой примеси.

На основании описанного подхода можно определить репрезентативное количество замеров при проверке выполнения норматива накопления твердых коммунальных отходов (ТКО).

Твердые коммунальные отходы - это отходы, образующиеся в жилых помещениях в процессе потребления физическими лицами, а также товары, утратившие свои потребительские свойства в процессе их использования физическими лицами в жилых помещениях для удовлетворения личных и бытовых нужд. К ТКО также относятся отходы, образующиеся в процессе деятельности юридических лиц, индивидуальных предпринимателей и подобные по составу отходам, образующимся в жилых помещениях в процессе потребления физическими лицами.

Норматив накопления твердых коммунальных отходов – это среднее количество твердых коммунальных отходов, образующихся в единицу времени.

Предположим, что при сборе отходов не реализовано отдельное накопление. Тогда в этом случае обозначим D - количество замеров массы накопленных отходов по всем объектам рассматриваемой категории ; D_1 - количество замеров массы накопленных отходов по всем объектам данной категории, где присутствуют ТКО, $F = D / D_1$ - доля положительных результатов (наличие ТКО) в совокупности ; z – количество замеров массы накопленных отходов на одном объекте рассматриваемой категории, в которых присутствуют ТКО; K - доля массы ТКО, накопленной за

рассматриваемый период (в долях от норматива накопления отходов), которая гарантированно есть в совокупности.

Тогда выражения (5,6) при нахождении числа проб m_1 массы отходов, которое необходимо отобрать на одном объекте рассматриваемой категории, с доверительной вероятностью p того, что в каждой пробе доля ТКО составит некоторую величину не менее K , имеют вид:

$$P(D > K/m_1, m_1, \alpha, \beta) = 1-p \quad (7)$$

$$\text{где } P(D > K/m_1, m_1, \alpha, \beta) = \frac{\int_0^1 D^{m_1+\alpha-1} (1-D)^{\beta-1} dD}{B(m_1 + \alpha, \beta)} \quad (8)$$

ВЫВОДЫ

1. Представлена методика, основанная на подходе Байеса, по которой можно найти репрезентативное количество экспериментальных замеров при оценке качества окружающей среды, в частности, при контроле качества атмосферы и при проверке выполнения норматива накопления твердых коммунальных отходов (ТКО).

2. Найдено репрезентативное количество замеров в точке системы мониторинга качества воздушной среды, которые необходимо провести, чтобы при принятой доверительной вероятности в каждой пробе воздуха концентрация вещества составила заданную величину.

Литература

1. Гимадеев М.М., Щеповских А.И. Современные проблемы охраны атмосферного воздуха // Казань, Табигать, 1997. - 368 с.



2. Хантимирова С.Б., Мишустин О.А., Желтобрюхов В.Ф. Экологический мониторинг объекта размещения отходов Тракторозаводского района города Волгограда // Инженерный вестник Дона, 2021, № 6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2021/7033
3. Кириллова А.Н., Мусинова Н.Н. Организационно-экономический механизм управления системой обращения с твердыми коммунальными отходами // Вестник университета. - 2018, №10. - с.65-69.
4. Мензелинцева Н.В., Карапузова Н.Ю., Статюха И.М., Попова Е.В. К вопросу повышения достоверности оценки качества воздушной среды урбанизированной территории. // Инженерный вестник Дона, 2020, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2020/6352
5. Гмурман, В.Е. Теория вероятности и математическая статистика. - М.: Высшая школа, 2003. -479 с.
6. Благовещенский Ю.Н., Самсонов В.П., Мешалкина Ю.Л. Байесовский подход при анализе структуры почвенного покрова // Вестник Московского университета. Серия 17. Почвоведение, 2014, №4. -с.13-20.
7. Розенталь М. [и др.] Байесовский подход к повышению достоверности контроля качества сточных вод. - // Аналитика и контроль. -2018, №3.- С.334-340.
8. Зайцева Т.В., Нестерова Е.В., Игрунова С.В., Пусная О.П., Путивцева Н.П., Смородина Н.Н. Байесовская стратегия оценки достоверности выводов // Научные ведомости белгородского государственного университета, 2012, №14(132), выпуск 23\1, с.180-184.
9. Соколов В.А. Интервальные методы в Байесовском подходе при диагностировании технического состояния строительных конструкций зданий. - Научно-технические ведомости СПбПУ. Наука и

образование. Серия «Естественные и инженерные науки». - 2011, №4.- с.227-235.

10. Руководство по отбору репрезентативных проб наркотиков. - ООН, Нью-Йорк, 2010. - с.58.
11. Kass R.E., Raftery A.E. Bayes Factors // J.Amer.Statist.Assoc.-1995, Vol. 90, №430. - pp.773-775.
12. Bogaert P., D'Or D. Estimating soil properties from thematic soil maps: the Bayesian maximum entropy // Soil Sci. Soc. Amer. J. -2002, Vol.66.- pp.1492-1500.

References

1. Gimadeev M.M., SHCHepovskih A.I. Sovremennye problemy ohrany atmosfernogo vozduha [Modern problems of atmospheric air protection]. Kazan', Tabigat', 1997. 368 p.
 2. Hantimirova S.B., Mishustin O.A., ZHeltobryuhov V.F. Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, № 6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2021/7033
 3. Kirillova A.N., Musinova N.N. Vestnik universiteta. 2018, №10. Pp.65-69.
 4. Menzelineva N.V., Karapuzova N.YU., Statyuha I.M., Popova E.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2020/6352
 5. Gmurman, V.E. Teoriya veroyatnosti i matematicheskaya statistika [Theory of probability and mathematical statistics]. M.: Vysshaya shkola, 2003. 479 p.
 6. Blagoveshchenskij YU.N., Samsonov V.P., Meshalkina YU.L. Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 17. Pochvovedenie, 2014, №4. pp.13-20.
-



7. Rozental' O.M. [i dr.] Analitika i kontrol'. 2018, №3. pp.334-340.
8. Zajceva T.V., Nesterova E.V., Igrunova S.V., Pusnaya O.P., Putivceva N.P., Smorodina N.N. Nauchnye vedomosti belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta, 2012, №14(132), vypusk 23\1, pp.180-184.
9. Sokolov V.A. Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbPU. Nauka i obrazovanie. Seriya Estestvennyye i inzhenernye nauki. 2011, №4. pp.227-235.
10. Rukovodstvo po otboru reprezentativnyh prob narkotikov [Guidelines for the selection of representative drug samples]. OON, N'yu-Jork, 2010. p.58.
11. Kass R.E., Raftery A.E. J. Amer. Statist. Assoc. 1995, Vol. 90, №430. Pp.773-775.
12. Bogaert, P., D'Or D. Soil Sci. Soc. Amer. J. 2002, Vol.66. pp.1492-1500.