



Исследование математической модели резервирования информационной системы

И.В. Зайцева, А.Н. Ермакова, Д.В. Гайчук, Д.Н. Резеньков, Д.В. Шлаев

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь

Аннотация: В данной работе были рассмотрены основные проблемы при выборе оптимального резервирования информационных систем. Приведен алгоритм оптимизации резервированной информационной системы. Определены основные положения разработки математической модели резервирования информационной системы. Приведен и проиллюстрирован пример расчета основных характеристик надежности резервированной информационной системы.

Ключевые слова: математическая модель, моделирование, резервирование, информационная система.

В развитии информационных систем (ИС) на современном этапе выделяются следующие основные направления: создание надежных аппаратных и программных средств компьютерной техники; суперкомпьютеров большой производительности; интеллектуальных систем с высокой степенью интеллекта; масштабных компьютерных сетей с банками данных большой емкости; массовых персональных компьютеров; микропроцессорных средств управления различного назначения [1].

Проблема надежности вычислений и достоверности их результатов в ИС была актуальна всегда. Но при небольших объемах и скоростях вычислений, а также при решении несложных задач отдельные неточные результаты можно было сразу обнаружить. При этом они не причиняли особого вреда. Неисправность компьютеров в то время нетрудно было устранить.

На сегодняшний день надежность является главным показателем современной техники [2]. От надежности зависят такие показатели, как качество, эффективность, безопасность, риск, готовность и т. д.

Резервирование является одним из методов обеспечения надежности. При помощи резервирования можно добиться максимально возможных



значений выбранных параметров надежности системы при ограниченных затратах на введение резервных элементов [3].

Резервирование является одним из простых и достаточно эффективных методов повышения надежности информационной системы. Однако при резервировании возникает задача не только обеспечить заданные показатели надежности, но добиться этого как можно более экономично, с наименьшими суммарными затратами на резервные элементы для системы в целом, либо при заданных ресурсных ограничениях достичь максимально возможной надежности [4].

Рассмотрим проблемы, с которыми сталкивается пользователь информационной системы при выборе оптимального резервирования [5].

Одной из проблем оптимального резервирования является определение количества резервных элементов при заданном числе ремонтников.

Второй проблемой оптимального резервирования является определение количества ремонтников при заданном количестве резервных элементов.

И наконец, третьей проблемой является определение фактического количества резервных элементов и фактического количества ремонтников, чтобы надежность системы достигала требуемого значения, а ее стоимость была минимальной.

Для построения математической модели резервирования информационной системы необходимо учитывать следующие предположения [6]:

- время безотказной работы элементов имеет произвольное распределение;
 - восстановление элементов осуществляется заменой новыми элементами;
-



- время восстановления отказавших элементов имеет произвольное распределение;
- во время восстановления системы все остальные элементы выключаются из работы и не расходуют свой ресурс;
- все отказы статически независимы;
- при восстановлении элемента из подсистемы с ненагруженным резервом он становится в ненагруженный резерв;
- переключаящее на резерв устройство производится по прямому приоритету;
- восстановление отказавших элементов производится по прямому приоритету;
- отказавшие элементы из разных подсистем могут ремонтироваться одновременно.

Алгоритм оптимизации резервированной информационной системы состоит из следующих этапов [7-9]:

1. Определить количество подсистем в резервированной системе.
2. Определить элементы подсистем, нуждающиеся в резервировании.
3. Рассчитать показатели надежности для этих элементов.
4. Рассчитать функцию готовности системы.
5. Рассчитать стоимость системы резервирования.
6. Определить количество основных элементов и количество ремонтных единиц для каждой подсистемы.

Рассмотрим на примере применение алгоритма для расчетов надежности резервированных информационных систем.

Пусть дана резервированная информационная система с постоянным резервом кратности $m = 2$. Элементы системы имеют постоянную интенсивность отказа $\lambda = 0,05 \text{ час}^{-1}$. Найдем основные показатели надежности системы: вероятность безотказной работы, плотность

распределения времени до отказа, интенсивность отказа, среднее время безотказной работы.

Для нахождения показателей надежности резервированной системы с постоянно включенным резервом воспользуемся формулами [10]:

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}, \quad (1)$$

$$f_c(t) = (m + 1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m, \quad (2)$$

$$\lambda_c(t) = \frac{(m + 1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}}. \quad (3)$$

На основании формул (1)-(3), получим:

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1} = 1 - (1 - e^{-0,05t})^3,$$

$$f_c(t) = (m + 1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m = 3 * 0,05 e^{-0,05t} (1 - e^{-0,05t})^2,$$

$$\lambda_c(t) = \frac{(m + 1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}} = \frac{0,15 e^{-0,05t} (1 - e^{-0,05t})^2}{1 - (1 - e^{-0,05t})^3} = \frac{0,15(1 - e^{-0,05t})^2}{3 - 3e^{-0,05t} + e^{-0,1t}}.$$

Рассчитанные таким образом показатели надежности резервированной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования $m = 2$ представлены в таблице № 1.

Таблица № 1

Показатели надежности резервированной информационной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования $m = 2$.

| t, час | $P_c(t)$ | $f_c(t)$ | $\lambda_c(t)$ |
|--------|----------|----------|----------------|
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0,989177 | 0,005716 | 0,005778 |
| 10 | 0,939084 | 0,014085 | 0,014999 |
| 15 | 0,853108 | 0,019726 | 0,023122 |
| 20 | 0,747420 | 0,022049 | 0,029501 |
| 25 | 0,636777 | 0,021978 | 0,034357 |
| 30 | 0,531138 | 0,020200 | 0,038031 |
| 35 | 0,435977 | 0,015177 | 0,042930 |
| 40 | 0,353538 | 0,015177 | 0,042930 |
| 45 | 0,284042 | 0,012653 | 0,044546 |

| | | | |
|-----|----------|----------|----------|
| 50 | 0,226594 | 0,010374 | 0,045784 |
| 55 | 0,179785 | 0,008402 | 0,046736 |
| 60 | 0,142048 | 0,006743 | 0,047469 |
| 65 | 0,111871 | 0,005374 | 0,048036 |
| 70 | 0,087884 | 0,004260 | 0,048475 |
| 75 | 0,068907 | 0,003364 | 0,048815 |
| 80 | 0,053947 | 0,002648 | 0,049079 |
| 85 | 0,042185 | 0,002079 | 0,049283 |
| 90 | 0,032958 | 0,001630 | 0,49442 |
| 95 | 0,025731 | 0,001275 | 0,49566 |
| 100 | 0,020078 | 0,000997 | 0,49662 |

На рис. 1 изображен график изменения вероятности безотказной работы резервированной информационной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования $m = 2$. Из графика, показанного на рисунке 1, видно, что вероятность безотказной работы резервированной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования $m = 2$ уменьшается с течением времени t .

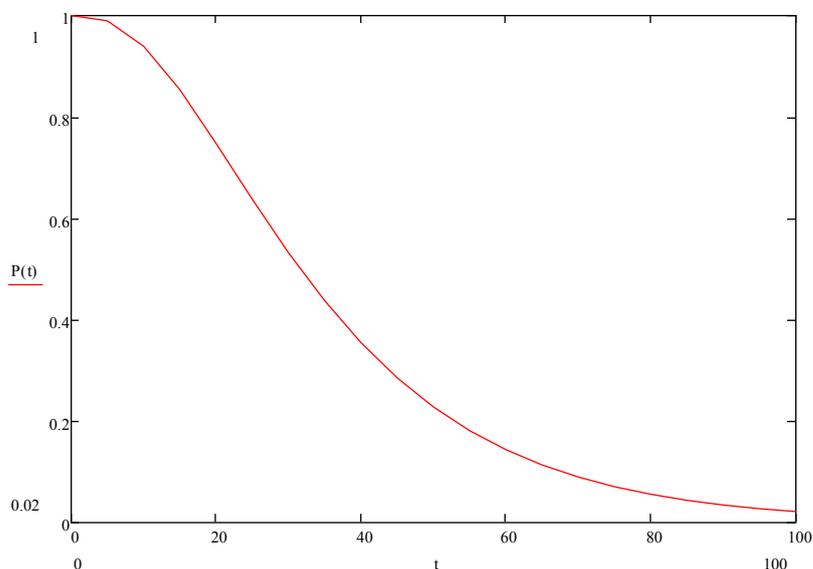


Рис.1 – Вероятность безотказной работы резервированной системы с постоянно включенным резервом

По графику, приведенному на рис. 2 видно, что интенсивность отказов резервированной системы с постоянно включенным резервом и

кратностью резервирования $m = 2$ возрастает со временем t . В свою очередь, распределение времени до отказа вначале резко возрастает, а после времени $t = 23$, постепенно снижается.

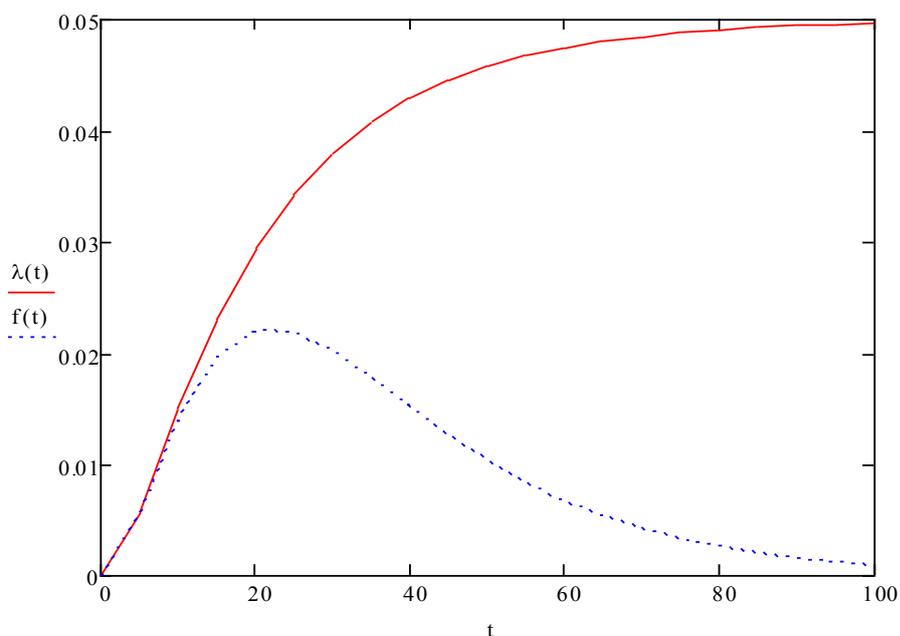


Рис. 2 – Интенсивность и распределение времени до отказа резервированной системы с постоянно включенным резервом
Рассчитаем среднее время безотказной работы:

$$T_{lc} = \frac{1}{\lambda} \sum_k \frac{1}{k} = 20(1 + 1/2 + 1/3) = 36,7 \text{ час.}$$

Рассмотрим теперь резервированную систему с резервом замещением кратности $m = 2$. Элементы системы имеют постоянную интенсивность отказа $\lambda = 0,05 \text{ час}^{-1}$. Рассчитаем основные показатели надежности системы: вероятность безотказной работы и среднее время безотказной работы. Сравним вероятность безотказной работы $P_c(t)$ с постоянно включенным резервом, вычислив его по формуле



$$P_c(t) = \sum_{j=0}^m \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t} = \left(1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2}\right) e^{-\lambda t}. \quad (4)$$

Данные по вероятности безотказной работы системы при резервировании замещением и резервированной системы с постоянно включенным резервом представлены в таблице 2.

Таблица № 2

Вероятность безотказной работы системы при различных видах резервирования

| t, час | Резерв замещением | Постоянный резерв |
|--------|-------------------|-------------------|
| 0 | 1 | 1 |
| 10 | 0,985316 | 0,939084 |
| 20 | 0,919699 | 0,74742 |
| 30 | 0,808847 | 0,531138 |
| 40 | 0,676676 | 0,353538 |
| 50 | 0,543813 | 0,226594 |
| 60 | 0,42319 | 0,142048 |
| 70 | 0,320847 | 0,087884 |
| 80 | 0,238103 | 0,053947 |
| 90 | 0,173578 | 0,032958 |
| 100 | 0,124652 | 0,020078 |
| 110 | 0,088376 | 0,01221 |
| 120 | 0,061969 | 0,007418 |
| 130 | 0,043036 | 0,004504 |
| 140 | 0,029636 | 0,002733 |
| 150 | 0,020257 | 0,001658 |
| 160 | 0,013754 | 0,001006 |
| 170 | 0,009283 | 0,00061 |
| 180 | 0,006232 | 0,00037 |

Из рис. 3 видно, что резервирование замещением дает больший эффект для повышения надежности, чем резервирование с постоянно включенным резервом. С точки зрения увеличения вероятности безотказной работы резервирование замещением более эффективно, чем с постоянно включенным резервом.

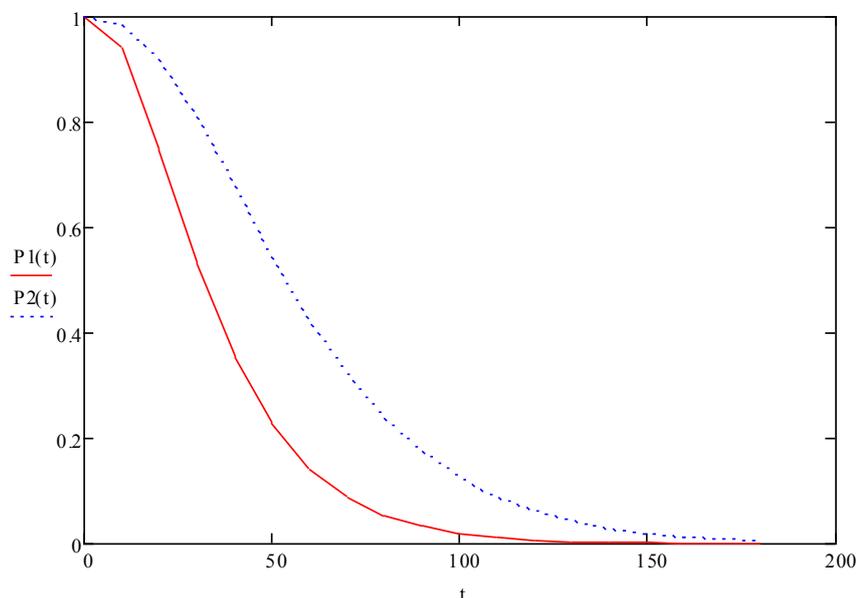


Рис. 3 – Вероятность безотказной работы для резерва замещением (кривая 1) и для постоянно включенного резерва (кривая 2)

Вычислим среднее время безотказной работы для резерва замещением по формуле

$$T_1 = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \sum_{i=0}^m T_{1i}, \quad (5)$$

получим

$$T_{1c} = 3T_1 = 3 * 20 = 60 \text{ час.}$$

Таким образом, надежность системы тем выше, чем мельче масштаб резервирования; отдельное резервирование дает больший эффект для повышения надежности, чем общее. С точки зрения увеличения вероятности безотказной работы отдельное резервирование более эффективно, чем общее.

Литература

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 702 с.



2. Ушаков И.А. Курс теории надежности систем: учеб. пособие для вузов. М.: Дрофа, 2008. 239 с.

3. Гук Ю. Б., Карпов В. В., Лapidус А. А. Теория надежности. Введение: учебное пособие. СПб.: СПбГПУ, 2009. 171 с.

4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.

5. Сироткин А.В. Модель системы трёхуровневого обеспечения информационного взаимодействия в АСУ // Инженерный вестник Дона. 2012. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1187.

6. Пономарева Е.И. Совершенствование процесса обработки данных при помощи облачных вычислений // Инженерный вестник Дона. 2012. № 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/628.

7. Гусева Л.Л., Зайцева И.В. Методы резервирования механизмов защиты для повышения отказоустойчивости системы защиты информации // Информационное противодействие угрозам терроризма. 2010. №14. С. 102-106.

8. Зайцева И.В., Романкова М.В., Аверичкин П.А. К вопросу о надежности информационной системы // Актуальные проблемы информатизации современного общества. Ставрополь: ООО "Мир данных", 2007. С. 123-126.

9. Malafeyev, O.A., E.G. Neverova, S.A. Nemnyugin and G.V. Alferov, 2014. Multi-criteria model of laser radiation control. 2nd International Conference on Emission Electronics (ICEE), Saint Petersburg state University, pp: 33-37.

10. Alferov, G.V., O.A. Malafeyev and A.S. Maltseva, 2015. Programming the robot in tasks of inspection and interception. International Conference on Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, Saint Petersburg state University, pp: 710-713.



References

1. Polovko A.M., Gurov S.V. Osnovy teorii nadezhnosti. [Fundamentals of reliability theory.] SPb.: BHV-Peterburg, 2006. 702 p.
2. Ushakov I.A. Kurs teorii nadezhnosti sistem: ucheb. posobie dlja vuzov. [Course of the theory of reliability of systems: proc. the manual for high schools.]M.: Drofa, 2008. 239 p.
3. Guk Ju. B., Karpov V. V., Lapidus A. A. Teorija nadezhnosti. Vvedenie: uchebnoe posobie. [The theory of reliability. Introduction: study guide.] SPb.: SPbGPU, 2009. 171 p.
4. Gmurman V.E. Teorija veroyatnostej i matematicheskaja statistika: uchebnoe posobie dlja vuzov. [Probability theory and mathematical statistics: textbook for universities.]M.: Vysshaja shkola, 2003. 479 p.
5. Sirotkin A.V. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2012. № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1187.
6. Ponomareva E.I. Improving the process of data processing using cloud computing. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2012. № 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/628.
7. Guseva L.L., Zajceva I.V. Informacionnoe protivodejstvie ugrozam terrorizma. 2010. №14. pp. 102-106.
8. Zajceva I.V., Romankova M.V., Averichkin P.A. Stavropol. OOO "Mir dannyh", 2007. pp. 123-126.
9. Malafeyev, O.A., E.G. Neverova, S.A. Nemnyugin and G.V. Alferov, 2014. 2nd International Conference on Emission Electronics (ICEE), Saint Petersburg state University, pp. 33-37.
10. Alferov, G.V., O.A. Malafeyev and A.S. Maltseva, 2015. Programming the robot in tasks of inspection and interception. International Conference on Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, Saint Petersburg state University, pp. 710-713.