

## Решение оптимизационной задачи прочностного расчета стержневых элементов с использованием прикладных пакетов MS Excel и MathCAD

С.Ю. Катеринина<sup>1</sup>, Г.В. Воронкова<sup>1</sup>, Н.А. Гуреева<sup>2</sup>, О.В. Душко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Волгоградский государственный технический университет

<sup>2</sup>Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации

**Аннотация:** Приведен алгоритм расчета и рассмотрены различные варианты решения задачи при изменении параметров расчетной схемы стержневой системы на примере балки в программной среде MS Excel совместно с пакетом MathCAD. Предложенный подход позволяет совмещать на одном листе и формулы, и графическую часть, и результаты расчёта, что особенно полезно в учебном процессе. Он способствует более осознанному восприятию студентами расчётного процесса, позволяет реализовать различные формы дистанционного обучения информационным технологиям.

**Ключевые слова:** стержневые системы, алгоритм, моделирование, интегрирование, информационные технологии.

За последнее десятилетие введение новых федеральных государственных образовательных стандартов привело к тому, что значительно сократился объем аудиторных занятий дисциплин прочностного цикла (сопротивление материалов, строительная механика) у непрофильных образовательных программ по направлению 08.03.01 Строительство, таких как «Производство строительных конструкций и материалов», «Строительство и эксплуатация нефтегазовых сооружений», «Техническая эксплуатация объектов недвижимости» и многих других. В связи с этим возникла необходимость в методологической оптимизации учебного процесса, а именно, интегрированию дисциплин прочностного цикла в дисциплины, изучающие различные программные комплексы и информационные технологии. Такое объединение разноплановой информации было предложено для решения конкретных инженерных задач [1, 2] и получило дальнейшее развитие в данной статье.

Предложенный алгоритм позволяет значительно сократить время, затрачиваемое на выполнение задачи, совместить на одном экране или листе теоретическую и графическую части, дать наглядное представление о

влиянии различных параметров при решении оптимизационной задачи, а также закрепить изученный материал.

Рассмотрим применение распространенных программных комплексов [3, 4], с помощью которых можно алгоритмизировать прочностной расчет, на примере определения усилий в статически определимой балке с их моделированием, подбором сечения и определением прогиба балки.

Первый этап. В табличном процессоре Excel строим эпюру моментов. Для этого сначала определяем опорные реакции в табличной форме (рис. 1).

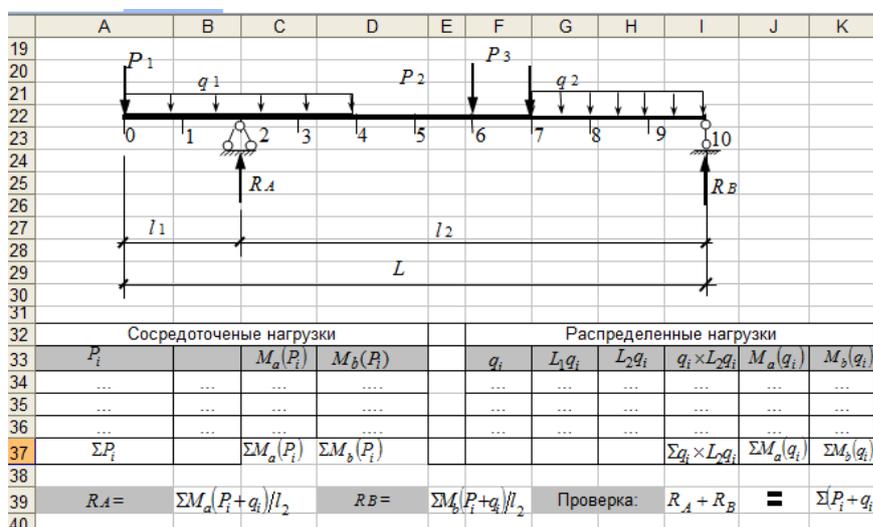


Рис. 1. – Определение опорных реакций

Затем в табличной форме определяем значения поперечных сил и изгибающих моментов (рис.2).

43	№ сечения	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
44	Расстояния ( $L_k$ )	-	$l_1$	...	...	...	...	...	$l_k$	...	...	$l_n$
45	Координаты ( $X_k$ )	0.00	$l_1$	...	...	...	...	...	$= X_{k-1} + l_k$	...	...	$L$
46	Опоры ( $T_k$ )	0.00	0.00	Формула (1)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Формула (1)
47	Силы ( $P_k$ )	$P_k$						$P_k$	$P_k$			
48	Распр. нагр. ( $q_k$ )	0.00	$q_k$	$q_k$	$q_k$	$q_k$				$q_k$	$q_k$	$q_k$
49	Q	0.000	...	Формула (2)	...	...	...	...	...	...	...	...
50	M	0.00	...	Формула (3)	...	...	...	...	...	...	...	...

Рис. 2. – Определение внутренних усилий в балке

Для заполнения ячеек строки «Опоры», используем функцию «ЕСЛИ», имеющую в данном случае вид:

$$\text{ЕСЛИ}(L_1 = X_k; R_a; \text{ЕСЛИ}(L_1 + L_2 = X_k; R_b; )) . \quad (1)$$

Поперечные силы в  $k$ -ом сечении определяем по формуле

$$Q_k = Q_{k-1} - P_k + R_k - q_k l_k. \quad (2)$$

Здесь  $Q_{k-1}$  – поперечная сила в левом сечении,  $l_k$ ,  $q_k$  – длина участка и распределённая нагрузка слева от рассматриваемого сечения соответственно,  $P_k$  ( $R_A$  или  $R_B$ ) – сосредоточенная сила и опорная реакция в сечении  $k$ . Для корректного подсчета расчет ведем слева направо. При правильном выполнении всех операций в последней ячейке (справа) должен получиться нуль.

Изгибающий момент в  $k$ -ом сечении находится по формуле

$$M_k = M_{k-1} + Q_{k-1} l_k - \frac{q_k l_k^2}{2}. \quad (3)$$

Значения изгибающих моментов в крайнем левом сечении балки принимаем в соответствии с заданными граничными условиями. При правильном выполнении всех операций в последней ячейке (справа) должно получиться значение, соответствующее граничным условиям правого края балки.

Так как количество сечений балки больше, чем количество участков разбиения, то при заполнении строки с распределенными нагрузками номера ячейки с величинами  $q_k$  должны равняться номерам сечений правого края участка балки, на котором они приложены (см. рис. 2). После определения всех усилий по полученным значениям строится эпюра поперечных сил и эпюра моментов, являющихся, по сути, законом изменения внутренних усилий по длине балки. Следует отметить, что данная часть решения такой задачи требует начальных знаний принципов прочностных расчетов конструкций.

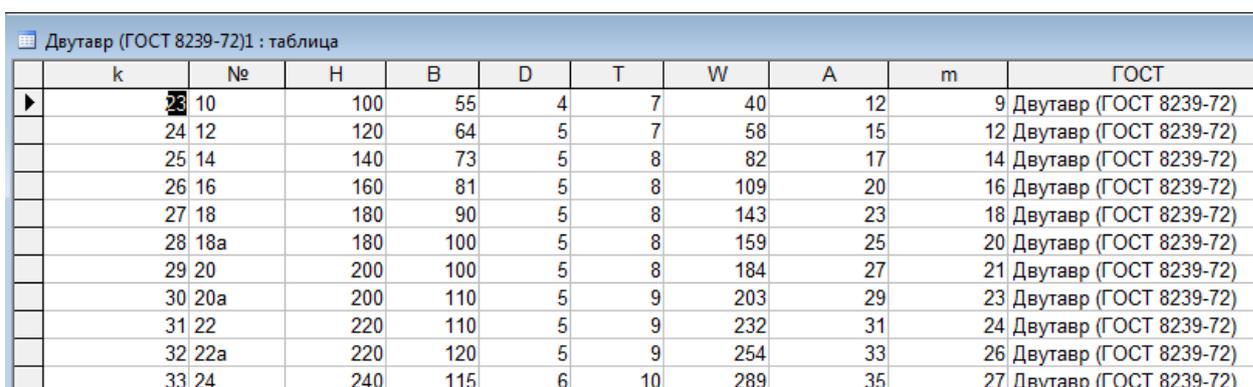
На втором этапе решается оптимизационная задача с использованием алгоритмов дискретной математики. Для рассматриваемой задачи применяются различные варианты решения задачи при изменении геометрических параметров расчетной схемы балки.

---

Рассматривались две задачи. В первой необходимо найти положение опор, обеспечивающее минимальный момент в заданном сечении. Во второй задаче необходимо определить положение равномерно распределенных нагрузок, при котором момент в заданном сечении балки будет максимальным. По результатам автоматического подбора с помощью инструментов рассматриваемых программных комплексов из различных вариантов расчетных схем выбирается вариант, соответствующий условию задачи. Эта часть решения требует основных навыков программирования в VBA Excel.

На третьем этапе выполняется конструирование балки по результатам решения одной из задач моделирования. Выполняется подбор сечения металлического профиля балки, а также, при необходимости, расположения ребер жесткости.

Характеристики сечения: номер профиля (№), момент сопротивления ( $W$ ) и масса одного погонного метра ( $m$ ) выбираются автоматически из имеющегося сортамента металлических профилей базы данных MS Access в электронные таблицы MS Excel (см. рис. 3.), то есть отрабатываются навыки работы с базами данных, а также перемещения массивов данных между программными продуктами.



	к	№	H	B	D	T	W	A	m	ГОСТ
▶	23	10	100	55	4	7	40	12	9	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	24	12	120	64	5	7	58	15	12	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	25	14	140	73	5	8	82	17	14	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	26	16	160	81	5	8	109	20	16	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	27	18	180	90	5	8	143	23	18	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	28	18а	180	100	5	8	159	25	20	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	29	20	200	100	5	8	184	27	21	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	30	20а	200	110	5	9	203	29	23	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	31	22	220	110	5	9	232	31	24	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	32	22а	220	120	5	9	254	33	26	Двутавр (ГОСТ 8239-72)
	33	24	240	115	6	10	289	35	27	Двнтавр (ГОСТ 8239-72)

Рис. 3. – Подбор сечения для балки металлического двутаврового профиля

На четвертом этапе при помощи математического пакета MathCAD, определяется изгибная ось балки.

Для этого используется дифференциальное уравнение второго порядка

$$EI \cdot y''(x) = M(x), \quad (4)$$

где  $y''(x)$  – кривизна оси балки,  $y(x)$  – изгибная ось балки,  $M(x)$  – изгибающий момент.

Численное решение уравнения (4) методом конечных разностей сводит исходное дифференциальное уравнение к системе неоднородных алгебраических уравнений

$$y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1} = \frac{M_i}{EI \cdot h^2}, \quad (5)$$

где  $EI$  — жесткость балки,  $i$  — номер сечения балки ( $i=1 \dots n-1$ ),  $y_i$  — ордината изгибаемой оси балки (перемещение балки в  $i$ -м сечении),  $M_i$  — величина изгибающего момента в  $i$ -м сечении балки. Два недостающих уравнения получаются из граничных условий на левой и правой опорах. В данном примере:

$$y_A = 0, \quad y_B = 0. \quad (6)$$

Так как первая часть расчета выполнялась в среде Excel, импортируем их из неструктурированного текстового файла в MathCAD с помощью встроенной функции READPRN. Затем формируем матрицу жесткости  $R$  коэффициентов при неизвестных размерностью  $(n+1)(n+1)$ .

Все элементы матриц и векторов нумеруются, по умолчанию, с нулевого индекса, следовательно, необходимо обнулить матрицу  $R$ :

$$n := 10 \quad i := 0..n \quad j := 0..n \quad R_{i,j} := 0.$$

Затем формируем матрицу  $R$ , которая является ленточной с трехдиагональной структурой, вводя ненулевые коэффициенты (5):

$$k := 1..n-1 \quad R_{k,k-1} := 1 \quad R_{k,k} := -2 \quad R_{k,k+1} := 1.$$

Так как в нашем случае эпюра моментов имеет нулевые значения по концам балки, то коэффициенты (6) для опор вводятся в первую и последнюю строки матрицы  $R$ :

$$R_{0,a} := 1 \quad R_{n,b} := 1,$$

где  $a$  и  $b$  — номера сечений, в которых расположены опоры балки.

Жесткость балки определяется по формуле:

$$EI = \frac{W \cdot N}{2} \cdot 0,21, \quad (7)$$

где  $W$  – момент сопротивления профиля, подобранного по прочности,  $N$  – номер профиля. После этого подсчитываем перемещения балки:

$$y := \frac{R^{-1} \cdot M^T}{EI}, \quad (8)$$

Последним шагом является построение изогнутой оси балки, определение максимального прогиба балки и подбор оптимального профиля поперечного сечения.

Выполнение расчёта инженерных конструкций и их элементов с применением пакета MathCAD совместно с программами MS Office [5-7], позволяет обеспечить более высокий уровень визуализации расчётного процесса на всём его протяжении (от формирования исходных данных до получения размеров поперечного сечения элементов), следить за правильностью полученных решений и облегчить последующую обработку результатов. На всем протяжении решения такой задачи обучающийся овладевает такими новыми навыками работы, как программирование в Excel, экспорт массивов информации в базе данных, знакомится с программным комплексом MathCad [8], а также закрепляет навыки выполнения прочностных расчетов. Все это способствует более осознанному восприятию студентами расчётного процесса [9, 10]. Следует также отметить, что данный подход удобен для реализации различных форм дистанционного обучения.

### Литература

1. Очков В. Ф. Mathcad 14 для студентов и инженеров: рус. версия. - СПб: БХВ-Петербург, 2009. 498 с.

2. Гайдышев И. П. Решение научных и инженерных задач средствами Excel, VBA и C/C++. - СПб. : БХВ-Петербург, 2004. 505с.
3. Попова О. Н. Моделирование сетевых задач средствами Matcad и Excel. М: Информатика и образование. 2003. № 12. С. 68-78.
4. Уокенбах Дж. Microsoft Excel 2013. Библия пользователя.: Пер. с англ. –М.: Диалектика: Вильямс, 2016. – 928 с.
5. Leslie Chandrakantha. Using Excel Solver in optimization problem. Electronic Proceedings of the Twenty-third Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics. Denver, Colorado, March 17-20, 2011. Pp. 42-49.
6. Nasira G.M., Ashok Kumar S., Balaji T.S.S. Neural Network Implementation for Integer Linear Programming Problem. International Journal of Computer Applications. No. 18. 2010. pp. 93-97.
7. Fylstra D., Lasdon L., Watson J. Design and use of the Microsoft Excel solver. Interfaces. Sept.-Oct. 1998. pp. 29-55.
8. Доев В. С., Ф. А. Доронин. Сборник заданий по теоретической механике на базе Mathcad. Ростов-на-Дону: Феникс, 2010. 592 с.
9. Макаров А.В., Калюжный А.В. Экономичный профиль пролетного строения балочного моста // Инженерный вестник Дона, 2019, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2019/5932](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2019/5932)
10. Игнатьев В.А., Бочков М.И. Алгоритм расчета систем с односторонними связями с заменой реакций опор на силовые неизвестные // Инженерный вестник Дона, 2019, №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2019/5961](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2019/5961)

### References

1. Ochkov V.F. Mathcad 14 dlya studentov i inzhenerov [Mathcad 14 for students and engineers]. BHV-Peterburg, 2009. 498 p.
-



2. Gaydyishev I. P. Reshenie nauchnyih i inzhenernyih zadach sredstvami Excel, VBA i C/C [Solving scientific and engineering problems using Excel, VBA and C/C]. BHV-Peterburg, 2004. 505 p.
3. Popova O.N. Informatika i obrazovanie. 2003. № 12. pp. 68-78.
4. John Walkenbach. Microsoft Excel 2010 Bible. Dialektika, 2016. 928 p.
5. Leslie Chandrakantha. Electronic Proceedings of the Twenty-third Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics. Denver, Colorado, March 17-20, 2011. pp. 42-49.
6. Nasira G.M., Ashok Kumar S., Balaji T.S.S. International Journal of Computer Applications. №18. 2010. pp. 93-97.
7. Fylstra D., Lasdon L., Watson J. Interfaces. Sept.-Oct. 1998. pp. 29-55.
8. Doev V.S., F.A. Doronin. Sbornik zadaniy po teoreticheskoy mehanike na baze Mathcad [Collection of tasks on theoretical mechanics based on Mathcad]. Rostov-na-Donu: Feniks, 2010. p. 592.
9. Makarov A.V., Kalyuzhnyy A.V. Inzenernyj vestnik Dona, 2019, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2019/5932](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2019/5932)
10. Ignatyev A.V., Bochkov M.I. Inzenernyj vestnik Dona, 2019, №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2019/5961](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2019/5961)