

Метод и результаты численной оценки эффективных механических свойств резинокордных композитов для случая двухслойного материала

М.Я. Яковлев, А.В. Янгирова

Введение

Резинокордный композит представляет собой обрезиненные [3] нити корда. Этот материал используется, в частности, при изготовлении брекера и каркаса автомобильных пневматических шин [1, 2]. В брекере шин, а также в каркасе диагональных шин применяется многослойный резинокорд, в котором направление нитей корда в двух соседних слоях разное (чередуется от слоя к слою).

При численном прочностном моделировании изделий из резинокорда (как и изделий из других композитных [5, 9, 11] материалов) может использоваться два подхода:

- 1) отдельно учитывается при создании геометрической и механической модели изделия каждая нить корда;
- 2) композитный материал заменяется однородным (так называемым эффективным) материалом, механические свойства которого вычисляются путём осреднения свойств композита и называются эффективными (осреднёнными) свойствами [14].

Для резинокордных деталей первый подход может применяться в областях шины, где достигаются максимальные напряжения в резине между нитями корда (как правило, это область контакта шины с поверхностью): эти максимальные напряжения важно вычислить с высокой точностью, т.к. они влияют на ресурс шины. В остальной части шины вполне может применяться второй подход – замена резинокорда эффективным материалом.

Шины и другие изделия из резинокорда могут испытывать в процессе эксплуатации достаточно большие деформации, поэтому важно учесть при моделировании эффекты геометрической и физической нелинейности. Учет

геометрической нелинейности связан с определенными сложностями в определении эффективного материала. Представленный в статье алгоритм основан на подходе, предложенном в [7, 8, 15, 16] и позволяющем преодолеть эти затруднения.

Алгоритм численной оценки эффективных свойств резинокорда

Определим **эффективный (осреднённый) материал** как однородный материал, удовлетворяющий условию: если этим однородным материалом заполнить представительный объём и исходным резинокордным композитом заполнить такой же представительный объём – то средние напряжения по объёму в исходном и эффективном материале будут равны при одинаковых перемещениях граней. Соответственно, **эффективные свойства** резинокорда – свойства этого эффективного материала [7, 8, 15, 16].

Исходя из этих определений, эффективные определяющие соотношения резинокордного материала будут строиться следующим образом. Для представительного объёма V_0 , выделенного в начальном состоянии (т.е. до деформации), решим определённое количество краевых задач теории упругости [6, 10, 12]:

$$\overset{0}{\nabla} \cdot \mathfrak{R} = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$u \Big|_{\Gamma_0} = R(\Psi^e - I) \quad (2)$$

где $\overset{0}{\nabla}$ – оператор градиента в координатах начального состояния,

σ – тензор истинных напряжений,

\mathfrak{R} – первый тензор напряжений Пиолы,

$\overset{0}{R}, R$ – радиус-вектор частицы в начальном и текущем состояниях,

$u = R - \overset{0}{R}$ – вектор перемещений,

$\Psi = \overset{0}{\nabla} \overset{0}{R} = (\nabla R)^{-1}$ – аффино́р деформаций,

I – единичный тензор.

Механические свойства корда при расчётах описывались законом Гука с константами $\lambda = 110000$ МПа, $G = 80600$ МПа. Свойства резины – определяющими соотношениями Муни-Ривлина [4, 10] с константами $C_1 = 0.05709$ МПа, $C_2 = 1,05046$ МПа.

Каждый тип решаемой задачи соответствует определённому виду тензора деформаций E^e и определённому виду аффинора деформаций Ψ^e . Мы будем решать следующие типы задач:

- 1) $E_{11}^e = q$ – растяжение или сжатие по оси X ,
- 2) $E_{22}^e = q$ – растяжение или сжатие по оси Y ,
- 3) $E_{33}^e = q$ – растяжение или сжатие по оси Z ,
- 4) $E_{12}^e = E_{21}^e = q$ – сдвиг в плоскости XY ,
- 5) $E_{13}^e = E_{31}^e = q$ – сдвиг в плоскости XZ ,
- 6) $E_{23}^e = E_{32}^e = q$ – сдвиг в плоскости YZ ,

где q – величина деформации (в расчётах составляла 0,2%).

Для каждого типа задачи, зная тензор деформаций, найдём аффинор из соотношения

$$E^e = \frac{1}{2}(\Psi^e \cdot \Psi^{e*} - I) \quad (3)$$

Поскольку аффинор деформаций – несимметричный тензор, а тензор деформаций – симметричный, однозначно определить аффинор из тензора деформаций не получится. Поэтому в расчётах аффинор задавался верхнетреугольным – в этом случае шесть его компонент однозначно определялись по шести независимым компонентам тензора деформаций.

Вычислив аффинор деформаций, приложим к представительному объёму граничные условия (2), решим краевую задачу теории упругости (1) и найдём поле тензора напряжений σ . Далее найдём эффективный тензор напряжений σ^e с помощью осреднения по формуле

$$\sigma^e = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV = \frac{1}{V} \int_{\Gamma} N \cdot \sigma R d\Gamma \quad (4)$$

В формуле (4) используется формула Гаусса-Остроградского и то, что

$$\nabla(\sigma R) = (\nabla \sigma)R + \sigma(\nabla R)^* = (\nabla \sigma)R + \sigma \cdot I = \sigma,$$

где * – знак транспонирования.

Считая деформации малыми, эффективные определяющие соотношения мы будем искать в виде зависимости полученного осреднённого тензора напряжений от заданного тензора деформаций:

$$\sigma_{ij}^e = C_{ijkl} E_{kl}^e \quad (5)$$

Коэффициенты C_{ijkl} вычисляем, зная компоненты осреднённого тензора напряжений для каждой из шести задач:

$$1) \ E^e = \begin{pmatrix} q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_{ij}^e = C_{ij11}q$$

$$2) \ E^e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_{ij}^e = C_{ij22}q$$

$$3) \ E^e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_{ij}^e = C_{ij33}q$$

$$4) \ E^e = \begin{pmatrix} 0 & q & 0 \\ q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_{ij}^e = (C_{ij12} + C_{ij21})q$$

$$5) \ E^e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & q \\ 0 & 0 & 0 \\ q & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_{ij}^e = (C_{ij13} + C_{ij31})q$$

$$6) \ E^e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q \\ 0 & q & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_{ij}^e = (C_{ij23} + C_{ij32})q$$

Поскольку мы ищем эффективные определяющие соотношения в виде (5), вышеуказанных шести последовательностей задач достаточно для вычисления коэффициентов C_{ijkl} . Из симметричности тензора деформаций следует $C_{ijkl} = C_{ijlk}$. Из симметричности тензора напряжений следует $C_{ijkl} = C_{jikl}$. Также выполняется равенство $C_{ijkl} = C_{klij}$.

Результаты расчётов

Исследовалась зависимость эффективных характеристик двуслойного резинокорда от угла закроя нитей корда. Свойства корда описывались законом Гука с константами $\lambda = 110000$ МПа, $G = 80600$ МПа. Свойства резины – определяющими соотношениями Муни-Ривлина с константами $C_1 = -0.05709$ МПа, $C_2 = 1.05046$ МПа. Толщина одного слоя резинокорда – 2 мм, диаметр нити – 0,75 мм, частота нитей – 100 штук на 10 см. Расположение нитей в слоях показано на Рис. 1.

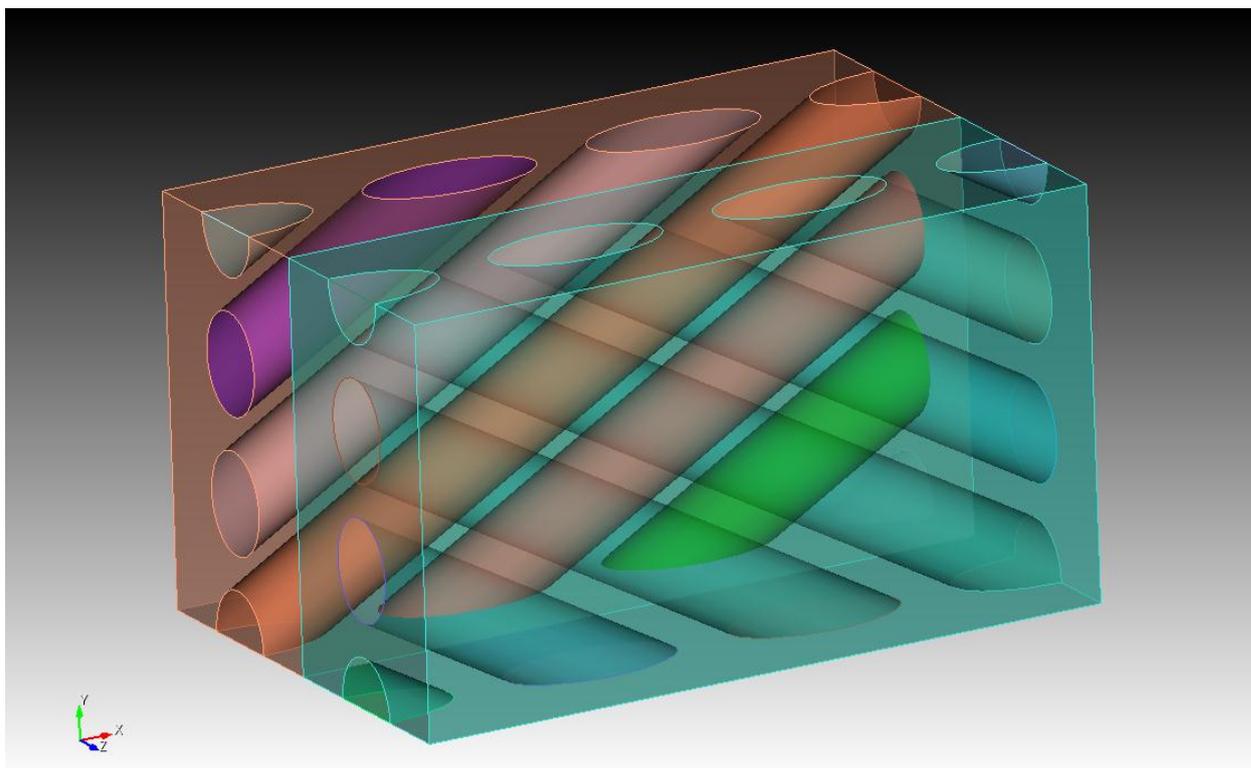


Рис. 1. Внутренняя структура двуслойного резинокорда.

Численные расчеты напряженно-деформированного состояния в представительном объеме резинокорда осуществлялись методом конечных элементов [17, 18] с использованием системы инженерного прочностного анализа (CAE-системы) ФИДЕСИС [19].

Ниже приведены графики зависимости некоторых коэффициентов C_{ijkl} от угла наклона нитей корда в слоях по отношению к оси абсцисс. Угол варьировался в пределах от 10 до 80 градусов.



Рис. 2. Зависимость коэффициента C_{1111} от угла закроя нитей корда.



Рис. 3. Зависимость коэффициента C_{1122} от угла закроя нитей корда.

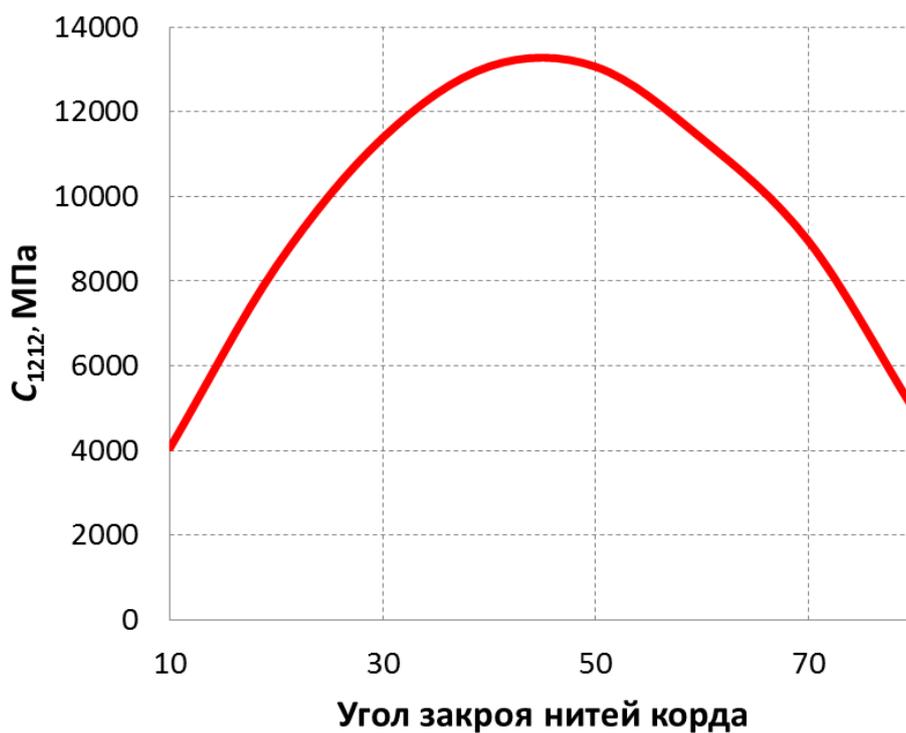


Рис. 4. Зависимость коэффициента C_{1212} от угла закроя нитей корда.



Рис. 5. Зависимость коэффициента C_{2222} от угла закроя нитей корда.

Если обратить внимание на графики зависимости коэффициентов C_{1111} и C_{2222} (отвечающих за поведение двуслойного резинокорда при растяжении)

от угла закроя – мы увидим в первом случае монотонное убывание, во втором случае монотонное возрастание. Значения этих коэффициентов при угле закроя 10 градусов и при угле 80 градусов различаются примерно на порядок.

Что же касается зависимости для коэффициентов C_{1122} и C_{1212} (которые описывают поведение резинокорда при сдвиге) – графики получаются симметричными. Значения коэффициентов монотонно возрастают примерно до 45 градусов, затем монотонно убывают. Максимальные значения коэффициентов превышают минимальные в 2,5–3,5 раза.

Заключение

Результаты расчётов эффективных характеристик двуслойного резинокорда показывают, что этот материал является анизотропным [13]. Исходя из полученных графиков зависимостей, можно сделать выводы:

- если двуслойный резинокорд подвергается растяжению в определённом направлении (и необходимо усилить материал в этом направлении) – то нити корда в соседних слоях должны быть расположены возможно ближе к этому направлению (при этом угол между нитями в соседних слоях минимален);
- если двуслойный резинокорд подвергается сдвиговой нагрузке – угол между нитями корда должен быть возможно ближе к 45 градусам.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России по государственному контракту № 07.524.11.4019 в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы».

Литература:

1. Бидерман В.Л. и др. Автомобильные шины (конструкция, расчёт, испытание, эксплуатация). – М.: Госхимиздат, 1963. – 383 с.

2. Бухин Б.Л. Введение в механику пневматических шин.- М: Химия, 1988, 224 с.
3. Гамлицкий Ю.А., Левин В.А., Филиппенко Е.В., Яковлев М.Я. К вопросу о постановке задачи расчета поля напряжений элементарной ячейки эластомерного нанокompозита. – Каучук и резина 2010, №4. С. 22-25.
4. Гамлицкий Ю.А., Мудрук В.И., Швачич М.В., Басс Ю.П. Упругий потенциал наполненных резин // Каучук и резина 2002, № 3. С. 39-39.
5. Дерлугян Ф.П. Композиционный полимерный тонколистовой материал (КПТМ) для работы в трибосопряжениях при экстремальных условиях [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2007, №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2009/250> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
6. Левин В. А., Калинин В. В., Зингерман К. М., Вершинин А. В. Развитие дефектов при конечных деформациях. Компьютерное и физическое моделирование. / Под ред. В. А. Левина. – М., Физматлит, 2007. – 392 с.
7. Левин В.А., Лохин В.В., Зингерман К.М. Об одном способе оценки эффективных характеристик пористых тел при конечных деформациях // Изв. РАН/ Мех тв. тела. 1997. № 4. С 45-50.
8. Левин В.А., Зингерман К.М. О построении эффективных определяющих соотношений для пористых упругих материалов при конечных деформациях и их наложении // Доклады РАН. 2002. Т. 382, № 4. С. 482-487.
9. Логинов В.Т., Дерлугян П.Д. Химическое конструирование трибокомпозитов и их производство в ОКТБ «Орион» [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2007, №1. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2009/250> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
10. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. М., Наука, 1980. – 512 с.

11. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. — М.: Изд-во МГУ, 1984.-336 с.
12. Седов Л.И. Введение в механику сплошной среды. — М.: Физматгиз, 1962. - 284 с.
13. Черных К.Ф. Введение в анизотропную упругость. – М.: Наука, 1988. – 192 с.
14. Яковлев М.Я. О численной оценке эффективных механических характеристик резинокордных композитов. // Вестник Тверского государственного университета, №17, 2012.
15. Levin V.A., Zingermann K.M. Effective Constitutive Equations for Porous Elastic Materials at Finite Strains and Superimposed Finite Strains// Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics. 2003. Vol. 70, No. 6. P.809–816.
16. Levin V.A., Lokhin V.V., Zingerman K.M. Effective elastic properties of porous materials with randomly dispersed pores. Finite deformation // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 2000. V. 67, No. 4. P. 667-670.
17. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. - Vol. 1. The finite element method. The basis, 2000, 707p.
18. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. - Vol. 2. The finite element method. Solid mechanics, 2000, 479p.
19. Официальный сайт ООО «Фидесис» [Электронный ресурс] – <http://cae-fidesys.com>