

## Математическое моделирование изделий из композитных материалов с заданными свойствами

*М.А. Овчинников, В.А. Сокол, О.Ю. Соловьева, Т.А. Тарасова,  
Н.В. Грецова, Н.В. Клячина, Лагунов Е.Н.*

*Волгоградский государственный технический университет*

**Аннотация:** Рассмотрена задача на прочность композитного материала, для определения сопротивления деформированию элементов конструкций с наличием концентраторов напряжений. Метод основан на трехмерном конечно-элементном решении задачи упругопластического деформирования объемного тела при разрушении и предназначен для сокращения экспериментальных исследований путей замены их на численные эксперименты. Получены результаты численного моделирования трехмерного напряженно-деформированного состояния упругопластического тела.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, стекловолокно, композитный материал, численное моделирование, метод конечных элементов.

### Введение

В настоящее время, в связи с изменившейся политической обстановкой в мире, в нашей стране возникли трудности со многими зарубежными товарами, в том числе, и со стоматологическими штифтами – стержнями, использующимися в качестве дополнительной опоры зубных протезов.

Математическое моделирование данного изделия из различных полимерных материалов поможет российским производителям в кратчайшие сроки решить задачу по повышению качества производства штифтов. Разработка новой экономичной и безопасной технологии поможет решить проблему заполнения рынка отечественными штифтами улучшенного качества.

В своей работе мы попытались смоделировать аналоги стоматологического штифта, задавая различные свойства материала из стекловолокна с заданными свойствами.

Задача исполнена в пакете «COMSOL Multiphysics 4.3» [1], некоторые результаты исследования поставленной задачи мы продемонстрируем. В настоящее время существуют более новые версии данного пакета,

---

обладающие более точными способами решения инженерных задач. Данную задачу также можно решить и в других пакетах прикладных инженерных программ, таких как «SolidWorks», «Ansys» и аналогичных программах.

### **Стекловолокно - основные характеристики материала**

Стекловолокно, оно же в дальнейшем: стеклопластик – совокупность материалов, которая состоит из стеклянного наполнителя и синтетического полимерного связующего. Наполнители - стеклянные волокна в различных видах: нити, жгуты, стеклоткани, рубленые волокна. Связующие вещество - термоактивные смолы (полиэфирные, феноло-формальдегидные, эпоксидные, полиимидные); термостойкие термопласты - ароматические полиамиды, полисульфоны, поликарбонаты. Низкоплавкие термопласты применяются реже, потому что имеют низкую адгезию к стекловолокнам. Для стеклопластиков электротехнического назначения используют связующие вещества с высокими диэлектрическими характеристиками, например, кремнийорганические и эпоксидные смолы [2, 3].

Изделия из стеклопластика могут быть различной формы, цвета и толщины, что позволяет создавать различные предметы современного быта: бассейны, велосипеды, лодки, кузовные панели для автомобилей и прочее. Также отдельные виды стеклопластика хорошо зарекомендовали себя в медицине, например - некоторые виды стоматологических штифтов.

Стеклопластик один из материалов будущего, обладает очень ценными свойствами: малый вес, высокая коррозионная стойкость, диэлектрические свойства, коррозионная стойкость, высокие физико-механические свойства и, наконец, самое главное - простота изготовления [4-6]. Часть стеклопластиков весьма успешно применяется в медицине, что говорит о низкой аллергической реакции. При использовании некоторых смол с определенными видами армирующих материалов получают

стеклопластики, превосходящие по своим прочностным характеристикам сталь и некоторые сплавы цветных металлов [7,8].

### **Анализ современных методов расчета и постановка задачи**

Для создания высокопрочных стеклопластиков используются эвристические методы генерирования их свойств, что приводит к неполному результату в композите высокой прочности современных армирующих волокон. Лучшие результаты получения стеклопластика с высокими упруго-прочностными характеристиками получаются при исследовании напряженно-деформированного состояния и устойчивости армированной системы с учётом свойств, определенных податливой матрицей и неоднородностью материала, прочностные и деформационные свойства которого не являются predetermined. При решении задачи используется понятие сплошности композита, то есть отсутствие нарушений связи по границам их соприкосновения и однородность всей системы в целом. Введение этого понятия при рассмотрении задачи изготовления стеклопластика допускает использование для расчёта изделий из данного материала классический аппарат теории упругости анизотропного тела, используемый для сплошных монолитных материалов [2, 9,10].

Использование системы дифференциально-разностных уравнений для напряженно-деформированного состояния позволяет выразить условие сплошной среды в виде ряда неравенств, связывающих физико-механические и геометрические параметры композита. Полученные результаты полезны специалистам при учете взаимосвязи свойств исходных компонентов и стеклопластика, что позволит при рассмотрении задачи, как сделать стеклопластик, использовать эти данные при выборе исходных компонентов.

«Механизм взаимодействия в системе короткое волокно – матрица заключается в основном в передаче усилий от полимерной матрицы к упругим стекловолокнам за счёт касательных напряжений на границе раздела

фаз. При анализе элементарной одномерной модели по распределению касательных напряжений на поверхности стекловолокна и нормальных напряжений в волокне и полимерной матрице было установлено, что касательные напряжения имеют максимальные напряжения на концах волокон и резко уменьшаются при удалении от концов. Расчётные максимальные касательные напряжения примерно равны прочности сцепления связующего с поверхностью стекловолокна. Анализ более сложной одномерной модели (из девяти армирующих элементов, торцы которых смещены относительно друг друга) показал, что характер распределения касательных напряжений является более плавным» [2].

### Результаты численного эксперимента

В нашей задаче мы предположили, что мы рассматриваем сплошную среду из стеклопластиков с различными характеристиками, за основу физико-механических свойств были взяты данные, приведенные в таблице 1.

Таблица № 1

Физико-механические данные стеклопластиков

Характеристики материалов	Виды стеклопластика:		
	Однонаправленный	Стеклотекстолит	Хаотически армированный
Плотность, г/см <sup>3</sup>	2	1.9	1.4
При растяжении	1.6	0.5	0.1
При изгибе	40-60		
При сжатии	30-55		
Модуль упругости при растяжении, ГПа	56	30	8
Коэффициент линейного термического расширения, 10 <sup>-6</sup> 1/град	1	1.5	2.5

Построение модели было выполнено следующим образом: за основу был взят прямоугольник, который при вращении превратили в цилиндр. Затем этот цилиндр был объединен с усеченным конусом (рис.1) [1].

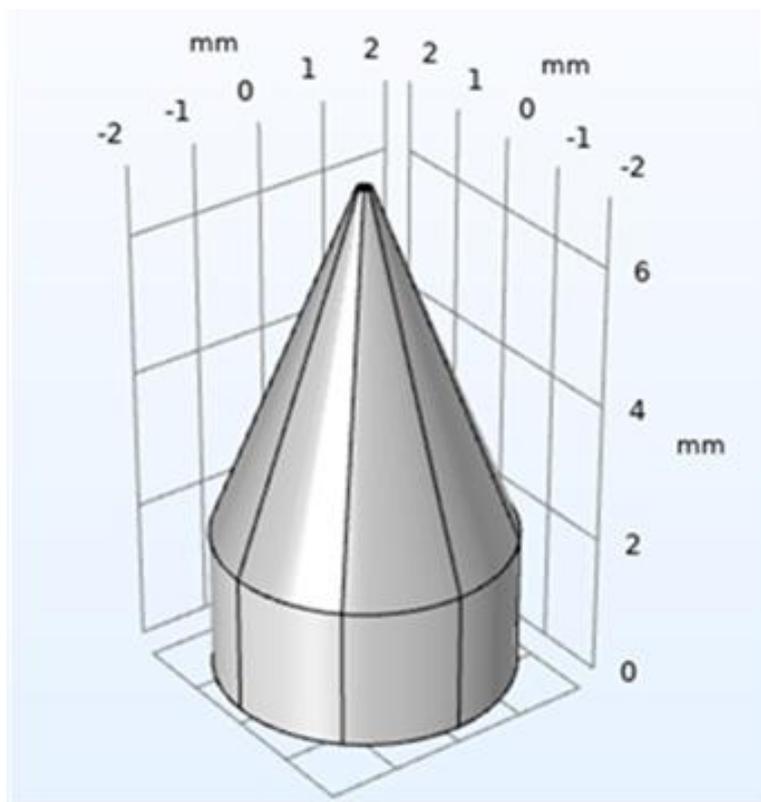


Рис. 1. – Построение модели.

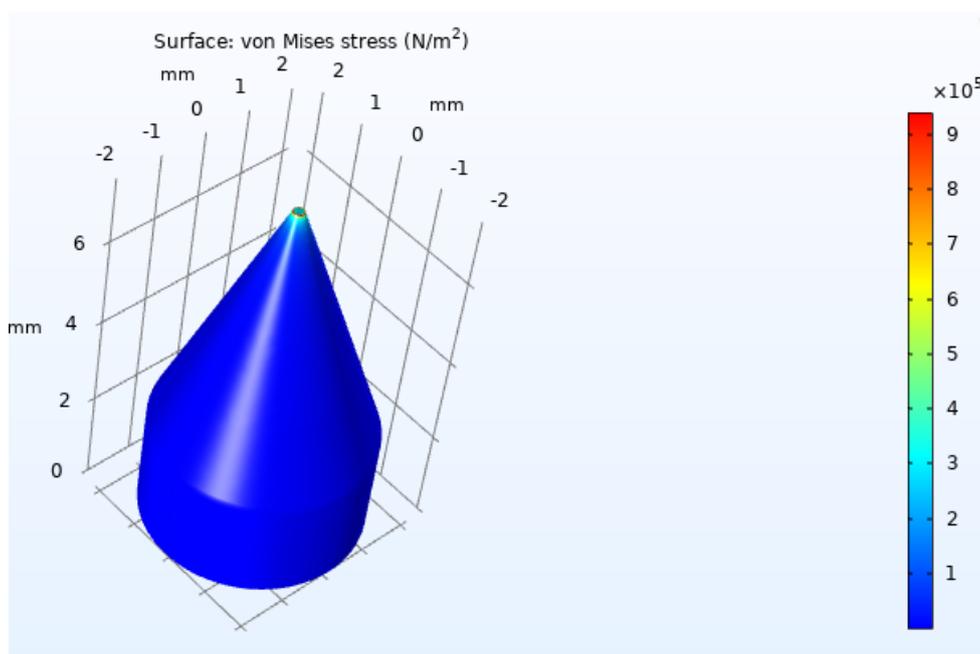


Рис. 2. – Общий вид решения задачи

Нагрузка на объект была задана сверху, затем - сверху и по половине боковой поверхности цилиндра штифта. Данные для нагрузки взяты из источников [1, 4, 11]. При построении модели учитывался тот факт, что при жевании нагрузка на штифт идет не только на верхнюю часть, но и на часть боковой поверхности.

Согласно теории фон Мизеса, разрушение материала происходит, когда энергия деформации на единицу объема достигает значения энергии деформации сдвига на единицу объема при пределе упругости при растяжении.

Общий вид решения показан на рис. 2, из которого мы видим, что вся нагрузка приходится на основание штифта. Практикующие стоматологи подтверждают результаты нашего эксперимента [11]. Действительно, в большинстве случаев штифт разрушается в своем основании.

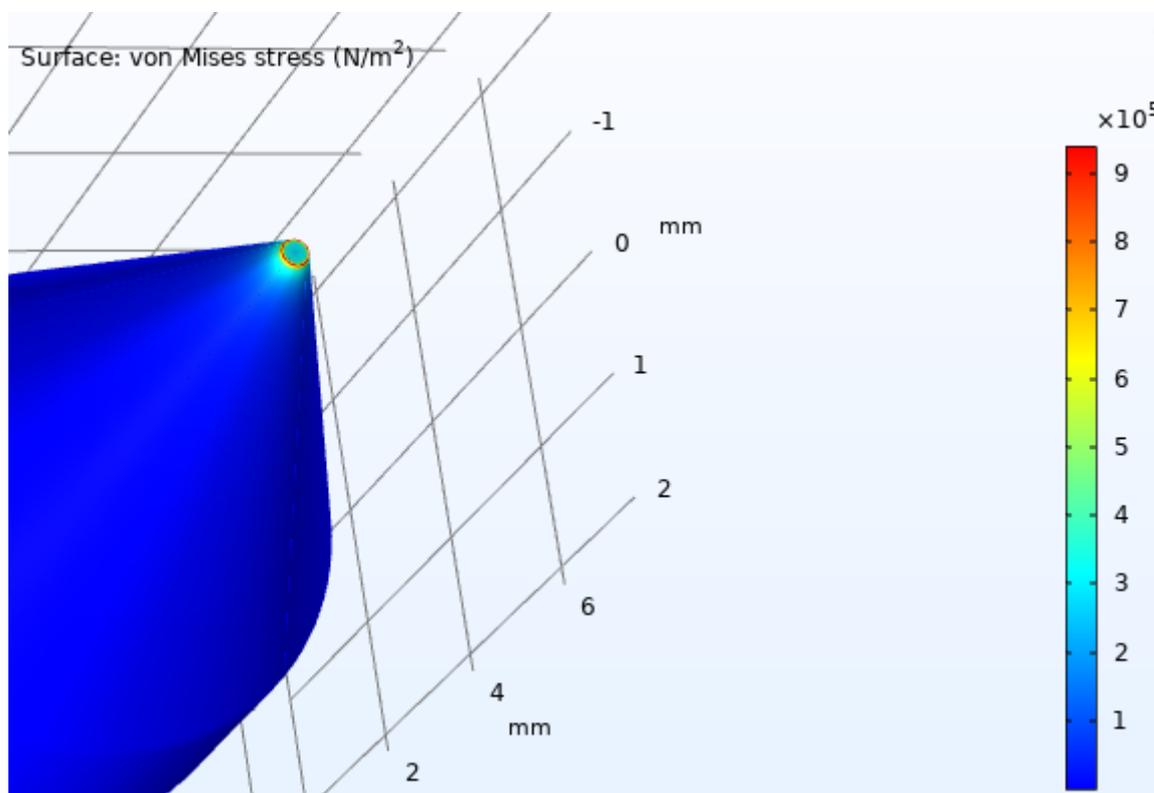


Рис. 3. – Нагрузка на модель задана сверху

В решении задачи мы используем два случая. В первом, вся нагрузка на модель задается сверху (рассматривается основание цилиндра). Результат решения представлен на рис. 3. Максимальное напряжение по Мизесу составляет  $9,3 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$

Во втором, нагрузка на модель задается сверху, одновременно такая же нагрузка задается на половину боковой поверхности цилиндра. Результат решения представлен на рисунке 4. В этом случае максимальное напряжение по Мизесу составляет  $5,6 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ . Во втором случае, используя большую поверхность для нагрузки модели, получаем более высокую прочность.

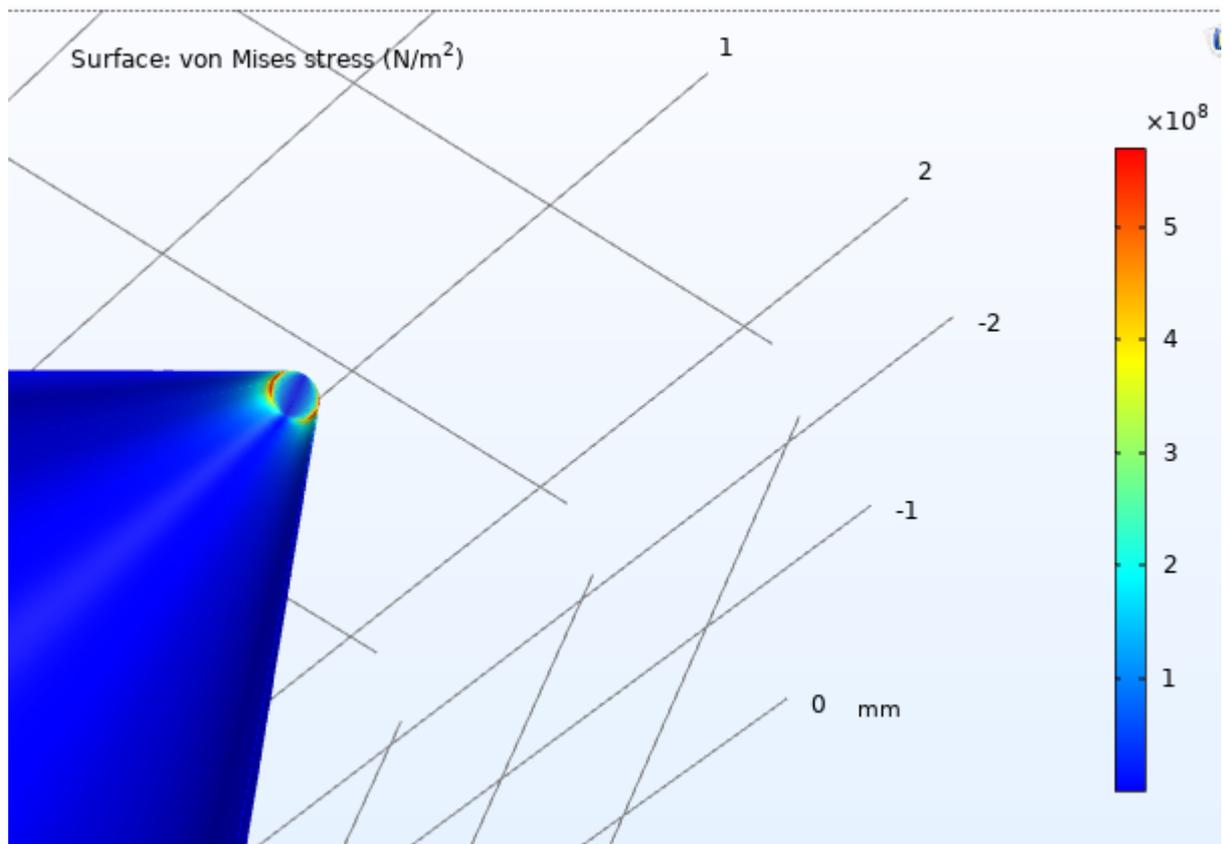


Рис. 4. – Нагрузка на модель задана сверху и сбоку

Обобщая результаты наших исследований, можно сказать, что основная нагрузка приходится на основание штифта в обоих случаях. На полную поверхность равномерно в первом случае, что демонстрирует рис. 3. Во втором случае нагрузка распределена неравномерно, что показывает рис. 4.

Таким образом стекловолоконные штифты способны выдержать достаточно высокие нагрузки, что позволяет рассматривать их, как достойный материал для работы российских стоматологов.

### Литература

1. COMSOL Multiphysics, Model Library Manual. — Comsol inc. — URL: [comsol.com](https://www.comsol.com)
2. Новые строительные технологии. Масштабный эффект прочности у хаотически армированных стеклопластиков. URL: [poliuretan.ru/stekloplastik/prochnost-haoticheski-armirovannyh-stekloplastikov/](https://poliuretan.ru/stekloplastik/prochnost-haoticheski-armirovannyh-stekloplastikov/)
3. Moreno Marlen Robles, Fan Yuwein and Nathanson Dan Polymerization Shrinkage Stresses of Different Flowable and Universal Bulk-Fill Composites // Advances in Dentistry & Oral Health. 2019. №555794. URL: [academia.edu/download/70966945/ADON.MS.ID.555794.pdf](https://academia.edu/download/70966945/ADON.MS.ID.555794.pdf).
4. Клепелин Е. С. Экспериментально-клиническое обоснование штифтовых конструкций на основе стекловолокна. автореф. Дис. К.м.н. // ИПК ФУ Медбиоэкстрем.- Москва. 2002, 27 с.
5. Акиншин В. В., Артемов М. А., Барановский Е. С., Скорняков Н. С., Фатхудинов Д. Б. Математическое моделирование упругопластического состояния вращающегося диска // Инженерный вестник Дона. 2019. №6. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_57\\_Akinshin.pdf\\_fbd030ef27.pdf](https://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_57_Akinshin.pdf_fbd030ef27.pdf)
6. Осипов А.А., Семенова Н.В. Математическое моделирование поверхности очагов деформации процесса изготовления профильных труб // Инженерный вестник Дона. 2020. №11. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_50\\_\\_10\\_Osipov\\_Semenova.pdf\\_ee980ee8f6.pdf](https://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_50__10_Osipov_Semenova.pdf_ee980ee8f6.pdf)
7. Куликова И. В. Разработка модели для расчета напряженно-деформированных состояний в полупроводниковых структурах при лазерном воздействии // Инженерный вестник Дона. 2014. №5. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_73\\_Kulikova.pdf\\_2378.pdf](https://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_73_Kulikova.pdf_2378.pdf)



8. Польской П.П., Василенко Н.В., Меретуков З.А. О влиянии модуля упругости композитных материалов на прочность и деформативные свойства усиленных конструкций. // Инженерный вестник Дона. 2019. №12. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_115\\_\\_7y2019\\_Polskoy.pdf\\_e0861acf17.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_115__7y2019_Polskoy.pdf_e0861acf17.pdf)

9. Порошин В.Б., Конструкционная прочность: учебник. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2019, 440 с.

10. Солнцев Ю.П., Пряхин Е.И. Материаловедение: Учебник для вузов. СПб: Химиздат, 2007, 784 с.

11. Барер Г.М, Половец М.Л., Дмитриевич Д.А., Стекловолоконные штифты, Dental Combo URL: [dentalcombo.ru/about/publications/steklovolokonnye-shtifty/](http://dentalcombo.ru/about/publications/steklovolokonnye-shtifty/)

### References

1. COMSOL Multiphysics, Model Library Manual. Comsol inc. URL: [comsol.com](http://comsol.com)

2. Novye stroitelnye technology. Masshtabniy effect prochnosti u haoticheski armirovannyh stekloplastikov [Mass-scale effect of strength in randomly reinforced fiberglass]. URL: [poliuretan.ru/stekloplastik/prochnost-haoticheski-armirovannyh-stekloplastikov/](http://poliuretan.ru/stekloplastik/prochnost-haoticheski-armirovannyh-stekloplastikov/)

3. Moreno Marlen Robles, Fan Yuwein and Nathanson Dan Polymerization Shrinkage Stresses of Different Flowable and Universal Bulk-Fill Composites Advances in Dentistry& Oral Health. 2019. №555794. URL: [academia.edu/download/70966945/ADOH.MS.ID.555794.pdf](http://academia.edu/download/70966945/ADOH.MS.ID.555794.pdf)

4. Klepelin E. S. Experimentalno-clinicheskoe obosnovanye shtiftovih constructsiy na osnove steklovolokna [Experimental and clinical substantiation of pin structures based on fiberglass]. Autoref. Dis. K. m. n. IPK FU Medbioextrem. Moskva.2022, 27 p.



5. Akinshin V. V., Artemov M. A., Baranovskiy E. S., Scornyakov N. S., Fathudinov D. B. Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. № 6. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_57\\_Akinshin.pdf\\_fbd030ef27.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_57_Akinshin.pdf_fbd030ef27.pdf)
6. Osipov A. A., Semenova N. V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2020. № 11. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_50\\_\\_10\\_Osipov\\_Semenova.pdf\\_ee980ee8f6.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_50__10_Osipov_Semenova.pdf_ee980ee8f6.pdf)
7. Kulikova I.V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2014. № 5. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_73\\_Kulikova.pdf\\_2378.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_73_Kulikova.pdf_2378.pdf)
8. Polskoy P. P., Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_115\\_\\_7y2019\\_Polskoy.pdf\\_e0861acf17.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_115__7y2019_Polskoy.pdf_e0861acf17.pdf)
9. Poroshin V. B., Construczionnaya prochnost: uchebnik [Structural strength: textbook]. Chelyabinsk: Izdatelskiy center YUUrGU, 2019, 440p.
10. Solnzev U. P., Pryahin E. I. Materialovedenie: Uchebnik dlya vuzov [Materials Science: Textbook for universities]. SPb: Himizdat, 2007, 784 p.
11. Barer G.M., Polovez M.L., Dmitrovich D.A., Steklovolokonnye shifty, Dental Combo URL: [dentalcombo.ru/about/publications/steklovolokonnye-shifty/](http://dentalcombo.ru/about/publications/steklovolokonnye-shifty/)