

Расчет бетонных элементов в условиях неравномерного всестороннего сжатия

В.И. Клименко, Л.М. Арзамаскова, Е.Е. Евдокимов, О.В. Коновалов

Волгоградский государственный технический университет

Аннотация: Рассмотрены случаи неравномерного сжатия бетонного цилиндра в случае простого нагружения и всестороннего неравномерного сжатия спирально-армированного бетонного цилиндра при непропорциональном нагружении. Получены зависимости продольной, поперечной и объёмной деформации от продольного напряжения.

Ключевые слова: продольное напряжение, окружное напряжение, продольная деформация, окружная деформация, спирально-армированная бетонная стойка, интенсивность деформации сдвига, интенсивность касательных напряжений.

Механические свойства материалов, различно сопротивляющихся растяжению и сжатию, таких, как бетон, каменные материалы и т.п., сложны и многообразны. Существует много особенностей работы бетона, такие, как резко различное сопротивление растяжению и сжатию, деформации при меняющихся напряжениях - ползучесть, усадка, грубая неоднородность структуры и многие другие.

Разработанные модели механики деформирования бетона описывают его поведение при различных напряженных состояниях: при одноосном [1], при сложном [2, 3], при сдвиговых деформациях [4]. Во многих опытах было отмечено, что при сложных напряженных состояниях бетон, начиная с нагрузки, равной примерно половине разрушающей, начинает постепенно увеличивать видимый объем (при испытании на сжатие). В фундаментальных работах А.А. Гвоздева дано объяснение этим фактам, основанное на предположении о развитии микротрещин в теле бетона. Берг О.Я. получил кривые изменения объема образцов при испытании их в условиях одноосного и трехосного сжатия. Однородный характер кривизны свидетельствует о наличии закономерностей в условиях сложных напряженных состояний.

Гениев Г.А. предложил вариант деформационной теории пластичности, устанавливающей зависимости между инвариантами напряженного и деформированного состояния бетона при кратковременном действии нагрузки, приложенной в условиях простого нагружения [5]. Исходя из общих соображений, а также из экспериментальных результатов, в [5] сформулированы минимальные требования, которым должна удовлетворять деформационная теория пластичности бетона.

1. Физическая нелинейность диаграмм работы материала при нагружении.

2. Влияние первого инварианта тензора напряжений на вид зависимости между вторыми инвариантами девиатора напряжений и деформаций.

3. Возможность непосредственного перехода от зависимостей «напряжение – деформации» к условию прочности бетона.

4. Зависимость предельной деформации бетона от вида напряженного состояния.

5. Сжимаемость бетона и эффект дилатации в области разрушения.

На основании деформационной теории пластичности, предложенной [5], выполним расчет спирально-армированной круглой бетонной стойки при неравномерном всестороннем сжатии.

Для повышения прочности бетонных колонн и выполнения требований трещиностойкости применяются комбинации различных типов армирования: смешанное армирование [6, 7], трубчатое армирование [8], спиральное армирование круглого [9] и квадратного поперечного сечения [10]. В спирально-армированных конструкциях бетон может воспринимать напряжения, намного превышающие призмную прочность. По схеме работы такая конструкция весьма рациональна - бетон работает на сжатие, а спиральная арматура на растяжение. При этом спиральная арматура работает более эффективно, чем продольная арматура.

Всестороннее неравномерное сжатие бетонного цилиндра в случае простого нагружения.

Определим поперечную и продольную деформации стойки при возрастании нагрузки до предельной в случае простого нагружения.

Используя результаты [5], имеем:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{1}{E(\Gamma)} \cdot [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] - \frac{1}{3} g_0 \cdot \Gamma^2 \quad (1)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – радиальная и окружная деформация цилиндра; $E(\Gamma) = E_0 \cdot \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s}\right)$ – модуль упругости бетона; E_0 – начальный модуль упругости бетона; Γ – интенсивность деформации сдвига; Γ_s – предельная интенсивность деформации сдвига; g_0 – модуль дилатации, посредством которого учитывается увеличение объёма бетона при образовании трещин.

Обозначим окружную деформацию цилиндра ε_x , а продольную ε_z , окружное напряжение – σ_0 , продольное напряжение – p .

Предположим, что в процессе нагружения сохраняется соотношение $\sigma_0 = \frac{1}{4} p$, и, принимая коэффициент Пуассона $\mu = \frac{1}{6}$, будем иметь для поперечной деформации:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{24} \frac{p}{E(\Gamma)} - \frac{1}{3} g_0 \cdot \Gamma \quad (2)$$

для продольной деформации -

$$\varepsilon_z = \frac{11}{12} \frac{p}{E(\Gamma)} - \frac{1}{3} g_0 \cdot \Gamma \quad (3)$$

Отношение интенсивностей касательных напряжений при данном напряженном состоянии (T) и при чистом сдвиге (T_c):

$$\frac{T}{T_c} = \frac{1}{K(\lambda)} \cdot \left[2K(\lambda) - \frac{\Gamma}{\Gamma_c} \right] \cdot \frac{\Gamma}{\Gamma_c} \quad (4)$$

где Γ_c - предельная интенсивность деформации сдвига при чистом сдвиге;

$K(\lambda)$ - коэффициент изменения предельного значения интенсивности касательных.

Из (4) можно определить интенсивность деформации сдвига T .

$$T = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} (p - \sigma_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} p \quad (5)$$

Величина $K(\lambda)$ для рассматриваемого вида напряженного состояния по сравнению с $T_s = T_c$ предельным значением T при чистом сдвиге:

$$K(\lambda) = \frac{\lambda}{2} + \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + 1} \quad (6)$$

где коэффициент λ выражается соотношением $\lambda = f \cdot \frac{\sigma}{T}$.

$$f = \frac{3T_c \cdot (R_c - R_p)}{R_c \cdot R_p}, \quad \sigma = \frac{2\sigma_0 + p}{3} = \frac{p}{2} \quad (7)$$

Задаваясь значением продольного сжимающего напряжения p , на основании (2), (3) получим величины поперечной и продольной деформаций.

При решении численного примера было принято: $R_c = 20$ МПа, $R_p = 2$ МПа, $T_c = 3,5$ МПа, $E_0 = 28$ ГПа, $G = 12$ ГПа, $g_0 = 300$, $\mu = 1/6$.

По полученным данным построены графики поперечной, продольной и объемной деформаций (рис.1). Вследствие возрастающего бокового сжатия, значительно повышается предельное напряжение в бетоне по сравнению с одноосным сжатием, а разрушение сопровождается большими деформациями.

Объем сжимаемого цилиндра ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$) сначала уменьшается, но при напряжении, достигающем величины примерно двух третей от предельного, начинается увеличение объема за счет влияния трещинообразования.

Всестороннее неравномерное сжатие спирально-армированного бетонного цилиндра при непропорциональном нагружении

При наличии спиральной арматуры нагружение бетонной стойки не будет пропорциональным. В этом случае физических соотношений недостаточно для определения поперечной и продольной деформации.

Полагая $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, $\sigma_3 = P$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_x$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_z$, $\mu = \frac{1}{6}$ имеем

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E(\Gamma)} \cdot \frac{5\sigma - p}{6} - \frac{1}{3} g_0 \cdot \Gamma^2 \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E(\Gamma)} \cdot \frac{3p - \sigma}{3} - \frac{1}{3} g_0 \cdot \Gamma^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Принимая во внимание, что кольцевые деформации бетона на поверхности сердечника и арматуры одинаковые, получим:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{\text{бет}} \quad (9)$$

$$\varepsilon_a = -\frac{r \cdot S}{f \cdot E_a} \cdot \sigma \quad (10)$$

где r – радиус бетонного цилиндра; f – площадь поперечного сечения витка спирали арматуры; S – шаг спирали арматуры; E_a – модуль упругости арматуры; (растягивающие напряжения и деформации удлинения считаются отрицательными).

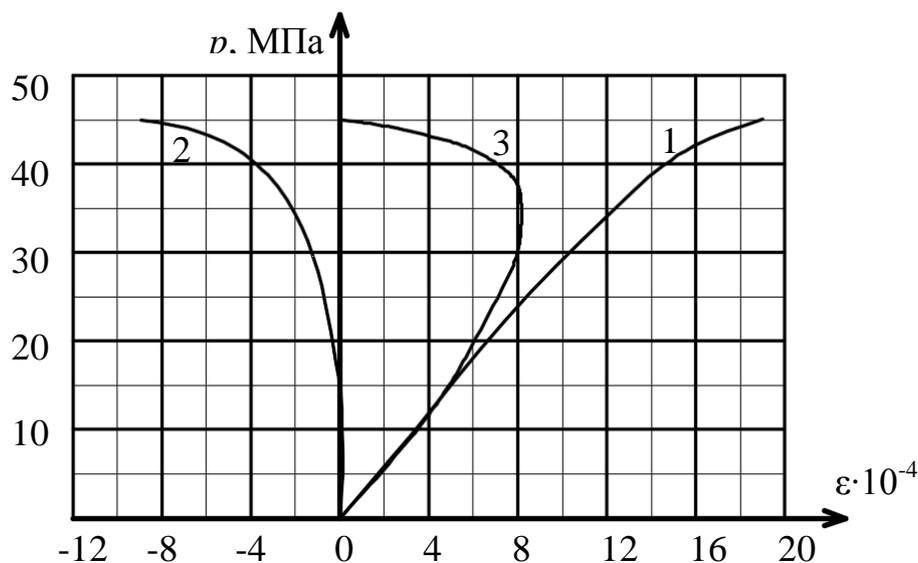


Рис. 1. - Относительная деформация: 1 – продольная; 2 – поперечная; 3 - объёмная

$$\varepsilon_{\text{дем}} = \frac{1}{E(\Gamma)} \cdot \frac{5\sigma - p}{6} - \frac{1}{3} g_0 \cdot \Gamma^2 \quad (11)$$

Подставив (10), (11) в (9), будем иметь:

$$-\frac{r \cdot S}{f \cdot E_a} \cdot \sigma = \frac{1}{E(\Gamma)} \cdot \frac{5\sigma - p}{6} - \frac{1}{3} g_0 \cdot \Gamma^2 \quad (12)$$

Выразим интенсивность сдвига Γ через интенсивность касательных напряжений T с помощью деформационной зависимости:

$$T = G_0 \cdot \left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s}\right) \cdot \Gamma \quad (13)$$

После преобразования получим:

$$-\frac{r \cdot S}{2f \cdot E_a} \cdot \sigma \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{T}{T_s}}\right) = \frac{5\sigma - p}{6E_0} - \frac{1}{3} \frac{g_0 \cdot \Gamma_s \cdot T}{G_0} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{T}{T_s}}\right) \quad (14)$$

где $T = \frac{1}{\sqrt{3}}(p - \sigma)$; $T_s = T_c \cdot K(\lambda, \delta)$ - предельное значение интенсивности касательных напряжений; $\Gamma_s = \Gamma_c \cdot K(\lambda, \delta)$ - предельное значение интенсивности деформации сдвига; E_0, G_0 - начальные модули упругости и сдвига бетона соответственно.

Разделив почленно на $\sigma \neq 0$, окончательно имеем:

$$-\frac{r \cdot S}{2f \cdot E_a} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{T}{T_s}}\right) = \frac{5 - \frac{p}{\sigma}}{6E_0} - \frac{1}{3\sqrt{3}} \frac{g_0 \cdot \Gamma_c \cdot K(\lambda, \delta) \cdot \left(\frac{p}{\sigma} - 1\right)}{G_0} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{T}{T_s}}\right) \quad (15)$$

Чтобы определить из (15) T , необходимо предварительно вычислить коэффициенты λ и $K(\lambda, \delta)$.

$$\lambda = f \frac{\sigma_{\text{сред}}}{\tau} = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{f \cdot (p + 2\sigma)}{p - \sigma} \quad (16)$$

$$K(\lambda, \delta) = \frac{\lambda}{2} + \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + 1} = \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{f \cdot (p + 2\sigma)}{p - \sigma} + \sqrt{\frac{f^2 \cdot (p + 2\sigma)^2}{12 \cdot (p - \sigma)^2} + 1} \quad (17)$$

Задаваясь отношением $\frac{p}{\sigma}$, найдем по (16), (17) коэффициент дилатации $K(\lambda, \delta)$, а из (15) интенсивность касательных напряжений T . Далее вычисляем

значения продольного напряжения p и радиального σ , а по формуле (8) – деформации бетонного цилиндра.

При рассмотрении численного примера было принято: $R_c = 20$ МПа, $R_p = 2$ МПа, $T_c = 3,5$ МПа, $E_0 = 28$ ГПа, $G_0 = 12$ ГПа, $g_0 = 300$, диаметр цилиндра $r = 10$ см, диаметр проволоки 2 мм, шаг спирали $S = 2$ см, $E_a = 200$ ГПа.

На рис.2 показаны графики поперечной, продольной и объёмной деформаций. Пунктиром показаны зависимости, которые имеют место, если производить пропорциональное нагружение, сохраняя то соотношение между продольным и радиальным напряжениями, которое имеет место в предельном состоянии при наличии спиральной арматуры.

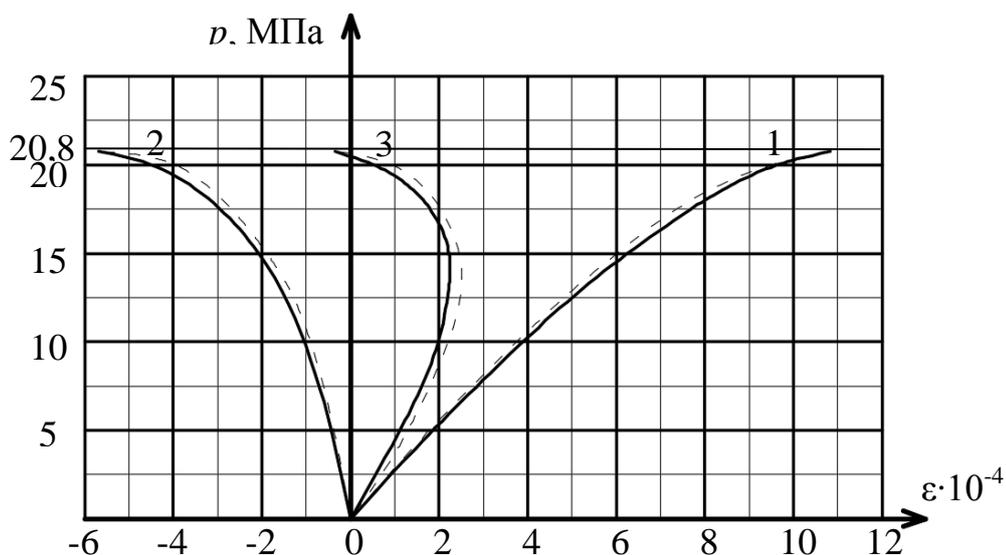


Рис.2 - Относительная деформация: 1 – продольная; 2 – поперечная; 3 – объёмная

Объём бетонного цилиндра в начальной стадии нагружения уменьшается, а при нагрузке соответствующей примерно двум третям от предельной и выше начинает интенсивно увеличиваться. Прочность бетонного цилиндра незначительно повышается при наличии ненапряженной спиральной арматуры.

Литература

1. Берг О.Я. Физические основы прочности бетона и железобетона. - М.: Стройиздат, 1962. 96 с.
 2. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 316 с.
 3. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
 4. Колчунов В.И. Деформационная модель сопротивления бетона и железобетона от дислокаций до трещин // Строительство и реконструкция. 2022. № 6(104). С. 22-39. DOI: 10.33979/2073-7416-2022-104-6-22-39.
 5. Гениев Г.А. Вариант деформированной теории пластичности бетона // Бетон и железобетон, 1969. №2. С. 22–26.
 6. Стемковский М.С., Меретуков З.А., Маилян В.Д., Кубасов А.Ю. К проектированию железобетонных конструкций со смешанным армированием // Инженерный вестник Дона. 2017. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4420.
 7. Чубаров В.Е., Умаров А.Г., Маилян В.Д. К расчету железобетонных колонн со смешанным армированием // Инженерный вестник Дона. 2017. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2017/3988.
 8. Han L.H., Bjorhovde R. Developments and advanced applications of concrete filled steel tubular (CFST) structures // Journal of Constructional Steel Research. 2014. №100. P. 211-228.
 9. Wang X., Li J., Huang L., Xie W., Chen Z. Mechanical behavior of spiral reinforcement recycled aggregate concrete round columns under axial compression after spraying water at high temperatures // Front. Mater., 16 December 2022 Sec. Structural Materials Volume 9 2022. DOI: 10.3389/fmats.2022.1056620.
 10. Астафьева М.А. Экспериментальные исследования внецентренно сжатых трубобетонных элементов квадратного поперечного сечения со
-



спиральным армированием бетонного ядра // БСТ: Бюллетень строительной техники. 2017. № 11 (999). С. 16-18.

References

1. Berg O.YA. Fizicheskie osnovy prochnosti betona i zhelezobetona [Physical basis of the strength of concrete and reinforced concrete]. М.: Strojizdat, 1962. 96 p.
2. Geniev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona [Theory of plasticity of concrete and reinforced concrete]. М.: Strojizdat, 1974. 316 p.
3. Karpenko N.I. Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona [General models of reinforced concrete mechanics]. М.: Strojizdat, 1996. 416 p.
4. Kolchunov V.I. Stroitel'stvo i rekonstrukciya. 2022. № 6(104). pp. 22-39. DOI: 10.33979/2073-7416-2022-104-6-22-39.
5. Geniev G.A. Beton i zhelezobeton, 1969. №2. pp. 22–26.
6. Stemkovskij M.S., Meretukov Z.A., Mailyan V.D., Kubasov A.YU. Inzhenernyj vestnik Dona. 2017. № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4420
7. CHubarov V.E., Umarov A.G., Mailyan V.D. Inzhenernyj vestnik Dona. 2017. № 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2017/3988
8. Han L.H., Bjorhovde R. Journal of Constructional Steel Research. 2014. №100. pp. 211-228.
9. Wang X., Li J., Huang L., Xie W., Chen Z. Front. Mater, 16 December 2022 Sec. Structural Materials Volume 9. 2022. DOI: 10.3389/fmats.2022.1056620.
10. Astaf'eva M.A. BST: Byulleten' stroitel'noj tekhniki. 2017. № 11 (999). pp. 16-18.

Дата поступления: 5.03.2024

Дата публикации: 12.04.2024