

Решение задач планирования строительных земляных работ методами линейного программирования

А.Е. Лопатко, О.В. Букунова

*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный
университет, Санкт-Петербург*

Аннотация: Рассматривается построение математической модели для решения задачи планирования строительных земляных работ, которая интерпретируется как задача с линейной целевой функцией и ограничениями. Разработанная программа на языке Python с использованием библиотеки `scipy.optimize.linprog` визуализирует результаты, производя распределение времени для работы машин. Разработанный инструмент помогает принять оптимальное решение при планировании строительных работ и анализировать влияние изменения входных параметров на результат.

Ключевые слова: организация строительства, линейное программирование, задачи распределения, оптимизация, планирование, математическое моделирование, симплекс-метод.

Введение

Оптимизация организации строительства подразумевает минимизацию денежных и ресурсных затрат и сроков выполнения проектов, а также управление строительными площадками, грамотное распределение ресурсов [1]. В основе стандартных подходов к производству строительных работ лежат типовые технологические карты, карты трудовых процессов и прочие типовые решения. С одной стороны, подход, основанный на конкретном наборе типовых решений, упрощает процесс планирования строительного производства [2]. Но в современном мире из-за сложности строительных объектов, быстрой сменяемости и динамики необходимо не ограничиваться традиционными методами планирования, чтобы найти оптимальное решение для текущей проблемы [3]. Актуальность проводимого исследования объясняется разнообразием и сложностью проектов в строительстве. Современные подходы подразумевают учет большого количества факторов – квалификация рабочих, поставки необходимой техники, организация условий выполнения работ, временные и материальные затраты на организацию технологических процессов [3]. Поэтому классические методы планирования

и распределения ресурсов требуют дальнейшего развития. Оптимизация ресурсов (людских, материалов, топлива и оборудования, сырья) при постоянном росте цен, сокращение сроков выполнения заказов по строительству при соблюдении технических требований, минимизация стоимости выполнения работ в рамках оптимизации производственных процессов необходимы для успешного решения проблем строительства и получения максимально возможной прибыли [4,5].

При наличии огромного количества исходных данных и разнообразных ограничений становится актуальным применение методов линейного программирования (ЛП), позволяющих сформулировать и решить оптимизационную задачу при проведении процесса строительства в самых разнообразных сферах применения – от выбора состава строительной техники до оптимизации процессов доставки материалов и формирования рабочих бригад [6]. В данном исследовании рассмотрена возможность применения методов линейного программирования для решения задач, связанных с организацией строительных процессов [7]. Основное внимание уделяется разработке и тестированию математических моделей, способных повысить эффективность управления строительными ресурсами и сократить временные затраты на принятие решений.

В частности, затраты на выполнение работ, связанных с выемкой, транспортировкой и укладкой грунта, занимают значительную долю бюджета, при этом их можно свести к несложной математической модели, с помощью которой распределить имеющиеся ресурсы [7].

Цели и задачи. Целью данного исследования является разработка математической модели по оптимизации выполнения земляных работ на строительной площадке. Для осуществления поставленной задачи необходимо решить следующие задачи:

1. Разделить выполнение земляных работ на части и построить математическую модель для одной из частей.
2. Протестировать модель на реальных или тестовых данных.
3. Разработать программу с простым интерфейсом для реализации составленной математической модели.
4. Проанализировать результаты тестирования программы для различных сценариев.

Методы проведенного исследования. В процессе работы осуществлялся анализ теоретических основ линейного программирования, проводилось создание математических моделей процессов строительства, решались задачи симплекс-методом, спроектирован графический интерфейс, реализованы алгоритмы оптимизации. В рамках исследования проводились численные эксперименты с использованием реальных или моделируемых данных [8], выполнен анализ результатов теста.

Реализация исследования. Решалась задача выполнения дорожных земляных работ на участке с необходимостью перемещения грунта объемом $V \text{ м}^3$. Для осуществления этих работ используют N машин мощностью по $P_i \text{ м}^3/\text{час}$ (где $i = 1, 2, 3 \dots N$). Определим стоимость использования каждой машины за $C_i \text{ у.е./час}$ (где $i = 1, 2, 3 \dots N$). Необходимо учесть, что у каждой машины есть ограничение количества часов работы в день – $T_i \text{ часов/день}$. Оператор каждой машины может работать не более 8 часов в день и не более 5 дней в неделю (ограничение для оператора по времени). Цель поставленной задачи состоит в том, чтобы подобрать такой состав машин, который обеспечит минимальную по возможности стоимость земляных работ, но при этом произведет выемку грунта в срок за M дней [8].

Обозначим за x_i – общее время (в часах) работы каждой машины в течение недели ($x_i \geq 0$). Учитывая ограничение для оператора по времени и

количество недель $\left\lfloor \frac{M}{5} \right\rfloor$, запишем, что найденное оптимальное время работы для каждой машины:

$$x_i \leq 5 \cdot 8 \cdot \left\lfloor \frac{M}{5} \right\rfloor, \forall i$$

За M дней время работы машины по T_i часов в день ограничено:

$$x_i \leq M \cdot T_i, \forall i$$

Итоговое ограничение находим как минимум из двух значений:

$$x_i \leq \min \left\{ M \cdot T_i; 5 \cdot 8 \cdot \left\lfloor \frac{M}{5} \right\rfloor \right\}, \forall i$$

Учитывая мощность машин P_i , время работы машины x_i и объем перевозимого грунта V , получим ограничение:

$$\sum_{i=1}^N P_i \cdot x_i = V$$

Получим целевую функцию, минимизирующую затраты на вывоз грунта, с учетом стоимости использования машины и времени ее работы:

$$\sum_{i=1}^N C_i \cdot x_i \rightarrow \min$$

Мы сформулировали задачу ЛП. Симплекс-метод для ее решения подразумевает следующие этапы [9]:

1. Запись задачи в канонической форме (ограничения в виде равенств).
2. Определение начального допустимого базисного решения.
3. Расчет оценок оптимальности.
4. Пересчет базисного решения с новыми переменными.
5. Проверка на оптимальность. Если оценки оптимальности удовлетворяют условиям, то итерации завершаются, иначе – итерации повторяются с начала [10].

Когда исходных данных много, то реализовать расчеты вручную слишком долго. Разработана программа с простым графическим интерфейсом на языке Python. Библиотека `scipy.optimize.linprog` обеспечивает

методы решения задач ЛП, включая симплекс-метод и легко объединяется с другими инструментами Python. На Thinter реализована программа, взаимодействие с которой осуществляется с помощью:

1) Понятного интерфейса – для Главного окна, содержащего поля ввода для параметров задачи и кнопку для информации о машинах, еще и для списка, отображающего данные о каждой машине.

2) Динамического управления данными с возможностью поэлементного удаления записи в списке и полной очистки.

Полученные результаты с рассчитанными значениями и параметрами для каждой машины отображаются либо в Главном окне (рис.1), либо в дополнительном (рис.2).

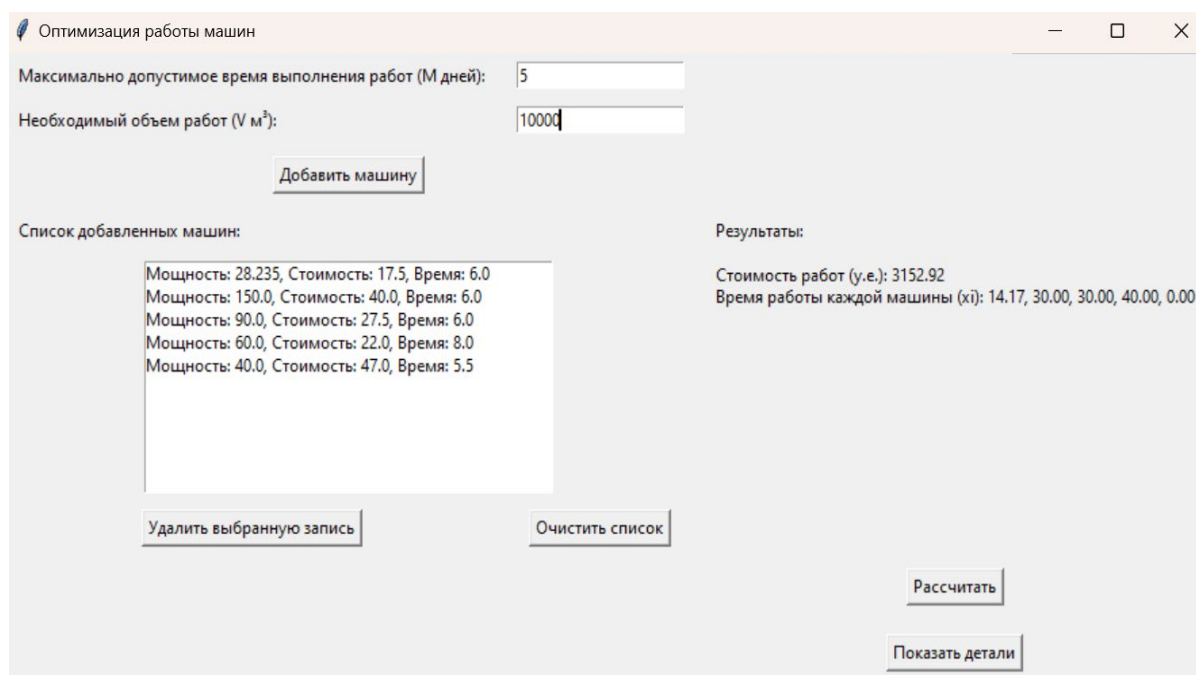


Рис. 1. – Главное окно интерфейса

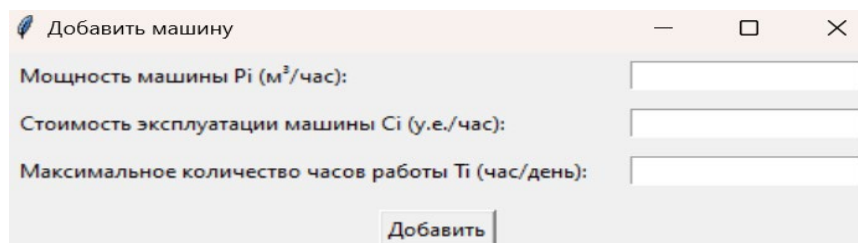


Рис. 2. – Дополнительное окно графического интерфейса

Реализация модели выполняется в программе optimize_work (рис.3).

Для решения задачи оптимизации времени работы с минимизацией затрат используется функция `scipy.optimize.linprog` с аргументами

- `C`: коэффициенты целевой функции
- `A_ub` и `b_ub`: матрица и вектор для ограничений неравенств.
- `bounds`: границы переменных
- `method = 'highs'`: алгоритм для решения задачи.

```
def optimize_work(self, max_days, required_volume):
    N = len(self.machines)
    max_hours_per_day = 8 # Оператор может работать максимум 8 часов в день
    max_hours = max_days * max_hours_per_day # Общий лимит работы в часах на машину
    # Целевая функция: минимизировать стоимость эксплуатации
    C = [machine[1] for machine in self.machines]
    # Матрица ограничений и вектор ограничений
    A = []
    b = []
    # Ограничение на объем работ
    A.append([-machine[0] for machine in self.machines]) # -P1*x1 - P2*x2 ... <= -V
    b.append(-required_volume)
    # Ограничение на время работы каждой машины
    for i, machine in enumerate(self.machines):
        a_row = [0] * N
        a_row[i] = 1
        A.append(a_row)
        b.append(min(machine[2] * max_days, max_hours))
    # Границы переменных (время работы машин)
    bounds = [(0, None) for _ in range(N)]
    # Решение задачи линейного программирования
    result = linprog(C, A_ub=A, b_ub=b, bounds=bounds, method='highs')
    if result.success:
        return result.fun, result.x
    else:
        return None
```

Рис. 3. – Программа основного расчета

`method = 'highs'` – это современный интегрированный подход к решению задач ЛП, реализованный в библиотеке HiGHS. Особенность метода `highs` заключается в том, что он автоматически определяет, какой алгоритм лучше использовать для данной задачи: если задача имеет редкую структуру, выбирается симплекс-метод, если матрицы плотные, выбирается метод барьерных функций, если в процессе работы целевая функция меняется или добавляются новые ограничения, используется алгоритм разложения. Краткое сравнение этих методов приведено в Таблице 1.

Таблица № 1

Сравнение алгоритмов метода HiGHS

Характеристика	Прямой симплекс (Primal Simplex)	Двойственный симплекс (Dual Simplex)	Метод барьерных функций (Interior Point)
Принцип работы	Переход от одной вершины ОДР к другой, улучшая значения целевой функции.	Начинает с двойственной задачи, подходя к оптимальному решению.	Двигается внутри области допустимых решений, избегая границ.
Область применения	Задачи с редкой структурой (мало ограничений по числу переменных).	Изменяющиеся задачи: добавление новых ограничений или переменных.	Крупные задачи с плотной матрицей ограничений.
Время работы	Эффективен только для небольших задач из-за прохода по вершинам.	Быстрее для задач с частично известным решением или изменяющимися данными.	Высокая скорость для задач с большим числом переменных.
Требования к памяти	Низкие из-за использования разреженной структуры данных.	Низкие аналогично прямому симплекс-методу.	Высокие из-за необходимости хранения больших матриц.
Устойчивость к ошибкам решения	Высокая устойчивость, так как работает с вершинами.	Высокая, использует стабильные численные процедуры.	Может быть менее устойчивым из-за использования матриц.
Сложность реализации	Простая. Легко понять и использовать.	Умеренная. Требуется понимания двойственной задачи.	Сложная. Использует методы штрафов и барьеров.

Проведен анализ программы с помощью смоделированной задачи: осуществить выемку грунта объемом 10000 м³. Имеются машины М1–М5. Их мощности: М1 – 28.235 м³/час, М2 – 150 м³/час, М3 – 90 м³/час, М4 – 60 м³/час, М5 – 40 м³/час. Стоимость эксплуатации: М1 – 17.5 у.е./час, М2 – 40 у.е./час, М3 – 27.5 у.е./час, М4 – 22 у.е./час, М5 – 47 у.е./час [8].

Известно, что машина М1 не может эксплуатироваться более 6 часов в день, М2 – не более 6 часов в день, М3 – не более 6 часов в день, М4 – не более 8 часов в день, М5 – не более 5.5 часов в день. Оператор каждой машины не может работать более чем 5 раз в неделю по 8 часов в день. Требуется подобрать состав машин, обеспечивающий минимальную стоимость работ, при этом произвести выемку грунта за недельный срок [8].

Результат работы программы на рис. 4. Работу выполняют машины с наибольшей мощностью. Последняя машина не востребована, оптимальная стоимость выполнения работы 3153 у.е.

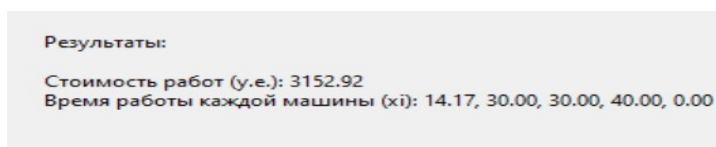


Рис. 4. – Результаты программной реализации

В программе предусмотрена возможность получения информации о распределении времени работы между машинами (рис.5).

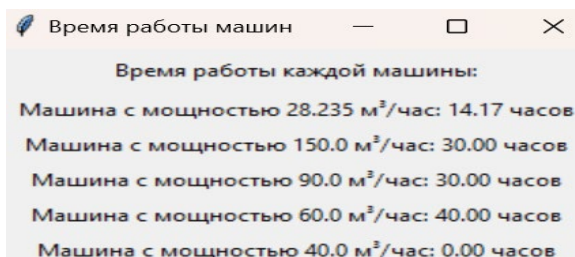


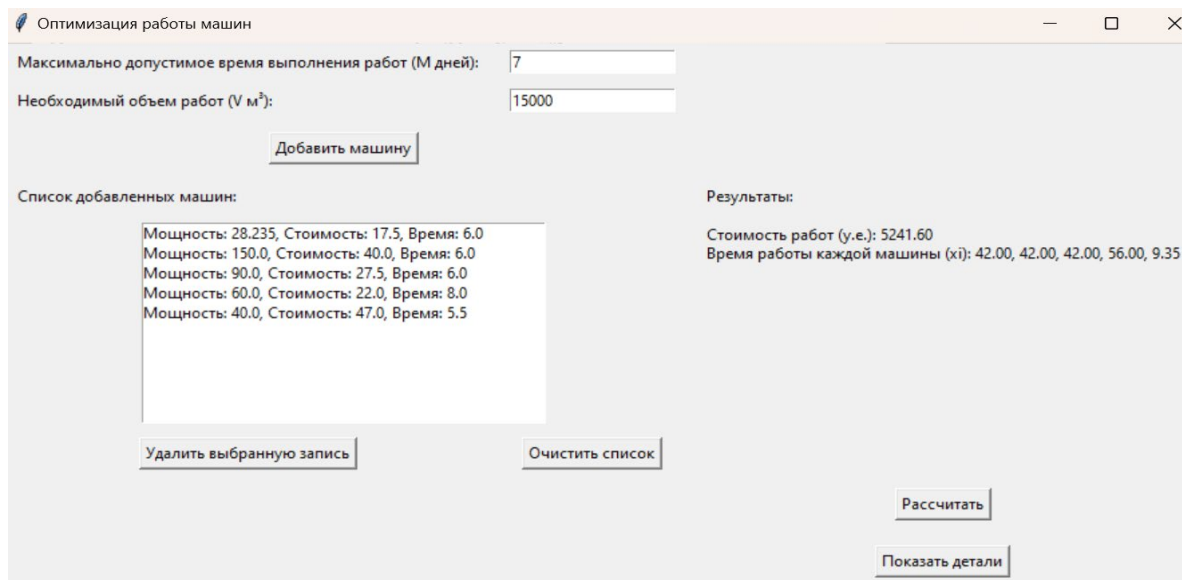
Рис. 5. – Результаты расчетов

Проведен анализ работы программы для различных сценариев. Увеличение в полтора раза объема работ без изменения количества машин приводит к появлению сообщения о смене исходных данных. При увеличении времени для работ – решение, в котором задействована каждая машина, а оптимальная стоимость работ составит 5241 у.е. (см. рис. 6).

При дальнейшем увеличении допустимого времени выполнения работы понижение стоимости выполнения работ – до 4093 у.е.

По мере роста объема грунта появляется уведомление о невозможности выполнения задачи с текущими ограничениями, с призывом пользователя к

пересмотру плана работ. Когда превышено времени для работ, целесообразно увеличить количество машин и перераспределить их нагрузку (даже при увеличенном объеме работ). Выявлено, что дополнительное время способствует снижению общей стоимости выполнения плана.



Оптимизация работы машин

Максимально допустимое время выполнения работ (М дней): 7

Необходимый объем работ (V м³): 15000

Список добавленных машин:

Мощность: 28.235, Стоимость: 17.5, Время: 6.0
Мощность: 150.0, Стоимость: 40.0, Время: 6.0
Мощность: 90.0, Стоимость: 27.5, Время: 6.0
Мощность: 60.0, Стоимость: 22.0, Время: 8.0
Мощность: 40.0, Стоимость: 47.0, Время: 5.5

Результаты:

Стоимость работ (y.e.): 5241.60

Время работы каждой машины (x_i): 42.00, 42.00, 42.00, 56.00, 9.35

Рис. 6. – Результаты расчетов с увеличенным временем работы

Проведенное исследование показало, как изменение ограничений (времени или объема работ) влияет на стоимость и распределение работ между машинами. Это может позволить организациям адаптировать планы к текущим условиям и находить наиболее экономически выгодное решение.

Выводы. Реализация математической модели в удобном графическом интерфейсе позволяет автоматизировать процесс вычислений. Это исключает человеческий фактор в принятии решении в строительстве. Программный продукт помогает минимизировать затраты на выполнение земляных работ, оптимально распределяя время работы оборудования и техники с учетом ограничений по ресурсам и времени. Предложенный подход основывается на математических моделях, что делает расчеты повторяемыми. Использование библиотеки `scipy.optimize.linprog` в сочетании с алгоритмом HiGHS обеспечивает удобный инструмент для решения подобных задач. Для повышения точности расчетов и расширения области применения модели

рекомендуется рассмотреть возможности включения нелинейных факторов и интеграцию с более сложными системами анализа данных.

Дальнейшая работа может быть сосредоточена на интеграции таких факторов, как логистика и климатические условия, разработка методов визуализации – либо чтобы сделать результаты более наглядными, либо для исследования адаптации модели для других строительных процессов.

Литература

1. Букунов А.С. Автоматизированная система для управления строительными проектами // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2021. №6. С. 45-57.
2. Сырцовая Е.Д. Математические методы в планировании и управлении строительным производством. М.: Высш. шк., 1972. С. 332-336.
3. Букунов А.С. Технологии работы с информацией при моделировании зданий. // Инженерный вестник Дона, 2019, №5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2019/5960
4. Bukunov A. Bukunova O. Management of deconstruction of construction objects. 2020 IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. V. 962(2):022085
5. Ning X., Qi J., Wu C., Wang W. Reducing noise pollution by planning construction site layout via a multi-objective optimization model // Journal of Cleaner Production. 2019. №222. pp. 218-230.
6. Тарашкин Е.В. Назначение состава рабочих звеньев методом линейного программирования // Вестник БГТУ им. В.Г.Шухова. 2017. №7. С.71-74.
7. Олейник П.П. Организация строительного производства. М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2010. С. 222-250.
8. Суворов А.П. Решение задач организации строительства методом линейного программирования // Инженерный вестник Дона, 2020, №7. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2020/6538

9. Фролькис В.А. Методы и теория оптимизации: Планирование и управление. Принятие оптимальных решений. М: ЛЕНАРД, 2023. С. 258-285.
10. Юдин Д.Б., Гольдштейн Е.Г. Линейное программирование. Москва: Физматгиз, 1963. С. 771-775.

References

1. Bukunov A.S. Izvestiya SPbGE`TU LE`TI. 2021. №6. pp. 45-57.
2. Sy`rczovaya E.D. Matematicheskie metody` v planirovanii i upravlenii stroitel`ny`m proizvodstvom [Mathematical methods in planning and management of construction production]. M.: Vy`ssh. shk., 1972. С. 332-336.
3. Bukunov A.S. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2019/5960
4. Bukunov A. Bukunova O. 2020 IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. V. 962(2):022085
5. Ning X., Qi J., Wu C., Wang W. Journal of Cleaner Production. 2019. №222. pp. 218-230.
6. Tarashkin E.V. Vestnik BGTU im. V.G.Shuxova. 2017. №7. pp. 71-74.
7. Olejnik P.P. Organizaciya stroitel`nogo proizvodstva [Organization of construction production]. M.: Izdatel`stvo Associacii stroitel`ny`x vuzov, 2010. С. 222-250.
8. Suvorov A.P. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №7. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2020/6538
9. Frol`kis V.A. Metody` i teoriya optimizacii: Planirovanie i upravlenie. Prinyatie optimal`ny`x reshenij [Methods and theory of optimization: Planning and management. Making optimal decisions]. M.: LENARD, 2023. pp. 258-285.
10. Yudin D.B., Gol`dshtejn E.G. Linejnoe programmirovaniye [Linear programming]. Moskva: Fizmatgiz, 1963. pp. 771-775.

Дата поступления: 31.05.2025

Дата публикации: 25.07.2025
