

## Структурная модель помехоустойчивой системы с ортогональным частотным разделением каналов, использующей модулярные турбокоды системы остаточных классов

*И.А. Калмыков, И.Д. Ефременков, Н.К. Чистоусов, Д.В. Духовный*

*Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь*

**Аннотация:** Технология мультиплексирования с ортогональным частотным разделением (Orthogonal Frequency Division Multiplexing – OFDM) является достаточно перспективной в беспроводных системах связи. Одновременное использование множества поднесущих позволяет обеспечить относительно высокую скорость передачи информации. Применение вместо быстрого преобразования Фурье (далее БПФ) математических моделей дискретных вейвлет-преобразований позволяет увеличить скорость обработки сигналов за счет использования модулярных кодов классов вычетов (далее МККВ). При этом данные коды можно применять для повышения помехоустойчивости систем с OFDM. Известно, что для борьбы с пачками ошибок, возникающими при передаче сигналов по каналу связи, широко применяются блочные турбокоды (далее ТК). В статье представлен метод построения модулярных турбокодов, разработанный на основе системы остаточных классов (далее МТКСОК). Очевидно, что использование МТКСОК влечет за собой изменения в структуре системы с OFDM. Поэтому разработка метода построения модулярного турбокода СОК и структурной модели помехоустойчивой системы с OFDM, использующей МТКСОК, является актуальной задачей. Целью статьи является повышение уровня помехоустойчивости систем с OFDM, использующих вместо БПФ вейвлет-преобразования, реализованные в МККВ, за счет использования модулярного турбокода СОК.

**Ключевые слова:** модулярные коды классов вычетов, система остаточных классов, модулярный турбокод системы остаточных классов, алгоритм коррекции ошибок, структурная модель, мультиплексирование, ортогональное частотное разделение каналов.

### Введение

Современный этап развития беспроводных систем передачи информации характеризуется довольно ярко выраженной тенденцией – практически повсеместное применение технологии ортогонального частотного мультиплексирования (Orthogonal Frequency Division Multiplexing – OFDM). В основу данной технологии положена идея, согласно которой последовательный поток входных данных сначала разбивается на несколько параллельных. Затем каждый параллельный поток разбивается на отсчеты, которые передаются на отдельной поднесущей. В качестве последних выбираются ортогональные колебания. Для выполнения данной операции на

---

передающей стороне используется обратное быстрое преобразование Фурье (далее БПФ). Полученные временные отсчеты сигнала с помощью мультиплексора поступают в канал связи. На приемной стороне демультимплексор преобразует входной сигнал в кортеж временных отсчетов, к которым применяется прямое БПФ. Полученные результаты, представленные в виде параллельных отсчетов, с помощью преобразователя преобразуются в последовательный исходный поток данных.

Благодаря данной технологии системы с OFDM обладают следующими достоинствами [1]. Во-первых, системы с OFDM за счет параллельной передачи информации на поднесущих имеют относительно высокую скорость обмена информацией между абонентами. Во-вторых, это высокая спектральная эффективность, которая определяется использованием обратимых ортогональных преобразований сигналов. В-третьих, технология OFDM использует эффективные методы борьбы с межсимвольной интерференцией и многолучевостью. Поэтому технология OFDM широко используется в беспроводной связи пятого поколения (5G) (Приказ Министерства цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации от 27 декабря 2018 г. № 923 «Об утверждении Концепции создания и развития сетей 5G/IMT-2020 в Российской Федерации»), низкоорбитальном спутниковом интернете [2, 3], стандартах WiFi [4] и цифрового телевидения [5], широкополосных системах связи управления железнодорожным транспортом LTE-R [6-8], промышленном интернете вещей [9, 10].

В ряде работ [11, 12] показано, что переход от БПФ к вейвлет-преобразованиям (далее ВП) при выполнении спектральных преобразований сигналов в системах с OFDM способствует увеличению скорости передачи информации. Для дальнейшего сокращения времени выполнения спектральных преобразований сигналов в работах [13, 14] предлагается

---

реализовать дискретные вейвлет преобразования в параллельных модулярных кодах классов вычетов (далее МККВ). В качестве МККВ были выбраны модулярные коды системы остаточных классов (далее СОК) Так, в работе [13] представлена математическая модель выполнения ВП Добеши в МККВ, применение которой уменьшило в 2,67 раза временные затраты на реализацию спектральных преобразований сигналов по БПФ. В работе [14] представлена реализация модифицированного вейвлет-преобразования Хаара в МККВ, применение которого позволило в 1,96 раза сократить временные затраты на обработку сигнала по сравнению с реализацией данного ВП в конечном поле  $GF(p)$ . Данный результат был достигнут благодаря тому, что выполнение модульных операций осуществлялось параллельно и независимо по модулям, которые выступали в качестве оснований СОК.

При этом, такое независимое и параллельное вычисление может служить основой для разработки концепции построения корректирующих МККВ. В основном, корректирующие МККВ использовались для исправления ошибок, которые возникали при вычислениях [15-18]. Не исключением стали системы с OFDM, использующей целочисленные вейвлет-преобразования в модулярных кодах. Так в работе [18] представлена математическая модель отказоустойчивой системы OFDM, функционирующей в МККВ. Для коррекции ошибок, вызванных отказами и сбоями, авторы разработали алгоритм расширения системы оснований МККВ.

Однако, в процессе передачи информации в беспроводных системах с OFDM могут возникнуть ошибки. Эти ошибки вызваны помехами в канале связи. Значит системы с OFDM, должны обладать свойством помехоустойчивости – то есть способностью обеспечить передачу данных с требуемой достоверностью при воздействии помех в канале связи [19]. Одним из способов повышения помехоустойчивости систем передачи

---

является использование помехоустойчивых кодов, особое место среди которых занимают турбокоды (далее ТК), так как обладают высокими корректирующими способностями. Однако у блочных ТК, которые обладают наибольшими корректирующими способностями, есть недостаток. Так как для генерации кодового слова ТК и его проверки на ошибки кодеры и декодеры работают последовательно, то процесс кодирования и декодирования требует значительных временных затрат, что негативно влияет на скорость передачи систем OFDM. Устранить данный недостаток можно, если турбокод построить на основе кодов СОК, и он будет использоваться в системах OFDM, в которых БПФ заменен на вейвлет-преобразование в МККВ. В этом случае, повышение скорости обработки сигналов за счет использования МККВ позволит частично компенсировать временные затраты кодирования и декодирования в модулярном турбокоде СОК (далее МТКСОК).

Поэтому разработка метода построения МТКСОК и структурной модели помехоустойчивой системы с OFDM, функционирующей в МККВ, является актуальной задачей. Новизна предложенного решения заключается в интеграции методов теории построения систем передачи данных на основе OFDM, теории вычислений дискретных вейвлет-преобразований, теории корректирующих МККВ, теории построения блочных турбокодов, которая позволяет не только увеличить скорость передачи информации в системах с OFDM, но и повысить их помехоустойчивость за счет исправления ошибок, возникающих в канале передачи данных.

### **Модулярные коды классов вычетов. Основные операции, реализуемые в модулярных кодах СОК**

Интерес к модулярным кодам классов вычетов был вызван возможностью кодов СОК параллельно выполнять арифметические модульные операции [20]. Так как данные операции определяются кольцом

целых взаимно попарно простых чисел  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , где  $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ , то эти числа используются в качестве оснований МККВ. Тогда любое целое число  $X$  можно представить кортежем, состоящим в виде  $n$  вычетов (остатков), то есть в виде:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n) \quad (1)$$

где  $X_i = X \bmod p_i$  – остаток числа  $X$  по модулю  $p_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Для того, чтобы равенство (1) было однозначным необходимо, чтобы число  $X$  не выходило за пределы рабочего диапазона, который определяется:

$$P_n = \prod_{i=1}^n p_i. \quad (2)$$

Если в процессе выполнения модульных операций двух чисел  $X$  и  $M$ , представленных в МККВ, результат  $C$  не превысит рабочий диапазон (2), то справедливы равенства:

$$C = X + M = \left( X_1 + M_1 \Big|_{p_1}, X_2 + M_2 \Big|_{p_2}, \dots, X_n + M_n \Big|_{p_n} \right) \quad (3)$$

$$C = X - M = \left( X_1 - M_1 \Big|_{p_1}, X_2 - M_2 \Big|_{p_2}, \dots, X_n - M_n \Big|_{p_n} \right) \quad (4)$$

$$C = X \cdot M = \left( X_1 \cdot M_1 \Big|_{p_1}, X_2 \cdot M_2 \Big|_{p_2}, \dots, X_n \cdot M_n \Big|_{p_n} \right) \quad (5)$$

где  $\Big|_{p_i}$  – вычет по модулю  $p_i$ ;  $\{X, M, C\} < P_n$ ;  $M_i = M \bmod p_i$ ;  $C_i = C \bmod p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

На рис. 1 показан пример выполнения выражений (3)-(5) в МККВ с основаниями  $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5$  и рабочим диапазоном  $P_3 = \prod_{i=1}^3 p_i = 30$ .

	Mod 2	Mod 3	Mod 5		Mod 2	Mod 3	Mod 5		Mod 2	Mod 3	Mod 5
$X = 7$	1	1	2	$X = 7$	1	1	2	$X = 7$	1	1	2
$M = 4$	0	1	4	$M = 4$	0	1	4	$M = 4$	0	1	4
$C = 11$	1	2	1	$C = 3$	1	0	3	$C = 28$	0	1	3

Рис. 1. – Выполнение модульных операций в МККВ с основаниями

$$p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5$$

Анализ рис. 1 позволяет сделать вывод о том, что при выполнении выражений (3)-(5) сложение, вычитание и умножение остатков проводилось параллельно. При этом данные операции выполнялись независимо в каждом основании. А учитывая, что остатки значительно меньше самих операндов, это способствует использованию табличной арифметики, когда результат выполнения выражений (3)-(5) заносится в ячейку памяти LUT таблицы, адрес которой определяется двумя остатками. В результате, время выполнения модульной операции будет равняться времени считывания из LUT таблицы. Все отмеченные достоинства предопределили использование МККВ в вычислительных устройствах реального масштаба времени [15-17].

Так как при выполнении выражений (3) -(5), значение одного остатка не оказывает влияние на другой остаток, то ошибка, возникшая в  $j$ -ом остатке кодовой комбинации (1), где  $j = 1, 2, \dots, n$ , никогда не распространится на другие остатки кодовой комбинации. То есть, в процессе вычислений неправильным будет только один  $j$ -й остаток. Это свойство было использовано для построения корректирующих МККВ. Следовательно, обнаружение и исправление данного искаженного остатка можно осуществлять после всех вычислений при выполнении преобразования из модулярного кода в позиционный код (МК-ПК).

### **Избыточные модулярные коды классов вычетов**

Чтобы построить МККВ, способный корректировать искаженные остатки, необходимо в него ввести избыточность. Так как МККВ является арифметическим кодом, то его чаще всего использовали для коррекции ошибок, которые имели место в процессе вычислений. Введение минимальной избыточности в виде одного основания  $p_{n+1} > p_n$  позволяет

---

осуществлять обнаружение однократных ошибок в комбинации МККВ. В отличие от большинства помехоустойчивых кодов в МККВ под однократной ошибкой понимают искажение одного остатка комбинации. Согласно [21, 22], корректировать однократную ошибку может избыточный МККВ, который имеет два контрольных основания  $p_{n+1}$ ,  $p_{n+2}$ , удовлетворяющих:

$$p_{n+1}p_{n+2} > p_{n-1}p_n \quad (6)$$

В этом случае расширяется кортеж остатков кодовой комбинации:

$$X = (X_1, \dots, X_n, X_{n+1}, X_{n+2}) \quad (7)$$

где  $X_{n+1} \equiv X \pmod{p_{n+1}}$ ;  $X_{n+2} \equiv X \pmod{p_{n+2}}$ .

И при этом увеличивается диапазон возможных кодовых комбинаций:

$$P_{n+2} = \prod_{i=1}^{n+2} p_i = P_n p_{n+1} p_{n+2} \quad (8)$$

Число вводимых избыточных оснований определяется кратностью ошибок, которые должен откорректировать модулярный код. Введение  $\rho$  контрольных оснований обеспечивает коррекцию ошибок кратности  $\lfloor \rho/2 \rfloor$  и меньше. Считается [18], что избыточная комбинация МККВ относится к разрешенным, если выполняется неравенство:

$$X = (X_1, \dots, X_n, X_{n+\rho-1}, X_{n+\rho}) < P_n \quad (9)$$

При возникновении однократной ошибки данное условие нарушается. Пусть ошибка произошла в первом остатке, в результате которой остаток изменился и принял значение:

$$X_1^* = X_1 + \Delta X_1 \pmod{p_1} \quad (10)$$

где  $\Delta X_1 = \{1, 2, \dots, p_1 - 1\}$  – величина ошибки.

Тогда искаженная кодовая комбинация МККВ будет иметь вид:

$$X^* = (X_1^*, \dots, X_n, X_{n+\rho-1}, X_{n+\rho}) \quad (11)$$

Так как в МККВ нельзя выполнить операцию сравнения с рабочим диапазоном, то выполним перевод комбинации (11) из модулярного кода в позиционный код:

$$\begin{aligned} X^* &= \sum_{i=1}^{n+\rho} X_i B_i \bmod P_{n+\rho} = (X_1^* B_1 + \dots + X_{n+\rho} B_{n+\rho}) \bmod P_{n+\rho} = \\ &= \left| (X_1 + \Delta X_1) B_1 + \dots + X_{n+\rho} B_{n+\rho} \right|_{P_{n+\rho}}^+ = \left| X + \Delta X_1 B_1 \right|_{P_{n+\rho}}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $B_i = P_i m_i = m_i P_{n+\rho} / p_i$  – ортогональные базисы;  $m_i = (P_i)^{-1} \bmod p_i$  – вес  $i$ -го базиса;  $i = 1, 2, \dots, n + \rho$ .

Используя выражение (12), можно заметить, что искажение остатка привело к тому, что число  $X^*$  имеет значение, которое превосходит рабочий диапазон. Именно на данном свойстве избыточного модулярного кода строятся методы поиска и коррекции ошибок в МККВ.

### **Анализ алгоритмов, используемых для коррекции ошибок в МККВ**

В настоящее время разработан целый ряд алгоритмов, позволяющих осуществлять поиск искаженных остатков и их коррекцию в МККВ. В работах [22, 23] для коррекции ошибок в модулярном коде предлагается применить алгоритм проекции. Проекция получается из исходной комбинации  $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n+\rho-1}, X_{n+\rho})$  путем последовательного удаления всех остатков кода. Так, при удалении первого остатка получается  $\tilde{X}^1 = (X_2, X_3, \dots, X_{n+\rho-1}, X_{n+\rho})$ . При удалении второго остатка имеем  $\tilde{X}^2 = (X_1, X_3, \dots, X_{n+\rho-1}, X_{n+\rho})$ . При удалении последнего остатка получаем комбинацию  $\tilde{X}^{n+\rho} = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n+\rho-1})$ . Каждая проекция переводится в позиционный код, используя Китайскую теорему об остатках (далее КТО). Затем производится проверка выполнения условия (9). Если все проекции не превышают рабочий диапазон:



$$\{\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \tilde{X}_3, \dots, \tilde{X}_{n+\rho}\} < P_n \quad (13)$$

то это означает, что ошибок в комбинации кода нет.

Если, например, ошибка произошла в  $j$ -ом остатке, то имеет место:

$$\begin{aligned} \{\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_{j-1}, \tilde{X}_{j+1}, \dots, \tilde{X}_{n+\rho}\} > P_n, \\ \{\tilde{X}_j\} < P_n. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, определяется местоположение ошибочного остатка и его коррекция. Недостатком данного алгоритма являются значительные схемные и временные затраты, связанные с выполнением КТО для каждой проекции, число которых равно  $n + \rho$ .

В работе [24] для устранения ошибок в МККВ предлагается использовать алгоритм нулевизации. Для его реализации необходимо из комбинации  $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n+\rho-1}, X_{n+\rho})$  последовательно вычитать числа - константы, которые меньше рабочего диапазона и имеют вид:

$$\begin{aligned} M_1 &= (X_1^1, X_2^1, \dots, X_n^1, X_{n+1}^1, \dots, X_{k+\rho}^1), \\ M_2 &= (0, X_2^2, \dots, X_n^2, X_{n+1}^2, \dots, X_{k+\rho}^2), \\ &\vdots \\ M_n &= (0, 0, \dots, X_n^n, X_{n+1}^n, \dots, X_{k+\rho}^n). \end{aligned} \quad (15)$$

На первом этапе подбирается число  $M_1 = (X_1^1, X_2^1, \dots, X_n^1, X_{n+1}^1, \dots, X_{k+\rho}^1)$ , для которого справедливо  $X_1 = X_1^1$ . После вычитания первый остаток равен нулю, а все остальные остатки определяются из условия  $X_i = X_i - X_i^1 \bmod p_i$ , где  $i = 2, \dots, k + \rho$ . Затем подбирается  $M_2 = (0, X_2^2, \dots, X_n^2, X_{n+1}^2, \dots, X_{k+\rho}^2)$ , у которой второй остаток совпадает с результатом вычисления первой константы  $M_1$  по второму основанию  $X_2 = X_2^2$ . Таким образом последовательно выполняется  $n$  операций вычитаний, пока не получится комбинация  $M_1 = (0, 0, \dots, 0, v_{n+1}, \dots, v_{k+\rho})$ . Если проверочные остатки будут равны нулю, то исходная комбинация считается

разрешенной. В противном случае – комбинация является запрещенной. Недостатком данного алгоритма можно назвать большие временные затраты на коррекцию ошибок из-за итерационного характера вычислений, включающего  $n$  операций вычитаний. Для сокращения времени коррекции в работе [25] показан алгоритм двойной нулевизации, в котором за одну итерацию получается два нулевых остатка в информационных основаниях. Это позволило сократить время на коррекцию ошибок в 2 раза.

В работе [26] рассмотрен алгоритм коррекции ошибок на основе перевода МККВ в полиадическую систему счисления (ПСС). В ПСС целое число  $X$  представляют в следующем виде:

$$X = C_1 + C_2 p_1 + C_2 p_1 p_2 + \dots + C_n \prod_{i=1}^{n-1} p_i + C_{n+1} P_n + \dots + C_{n+\rho} P_n \prod_{j=n+1}^{n+\rho-1} p_j, \quad (16)$$

где  $C_1, \dots, C_{n+\rho}$  – коэффициенты ПСС.

Таким образом, справедливо равенство:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}, \dots, X_{n+\rho}) = [C_1, C_2, \dots, C_n, C_{n+1}, \dots, C_{n+\rho}] \quad (17)$$

Учитывая принципы построений кодов ПСС, а также выражение (16), можно заметить, что если число  $X$ , представленное в МККВ, меньше рабочего диапазона, то для старших коэффициентов справедливо  $C_{n+1} = 0, \dots, C_{n+\rho} = 0$ . При нарушении условия (9), имеет место  $C_{n+1} \neq 0, \dots, C_{n+\rho} \neq 0$ .

Для перевода остатков МККВ в коэффициенты ПСС в [26] изложен следующий алгоритм:

$$\begin{aligned} C_1 &= X_1, \\ C_2 &= \left| (X_2 - C_1) s_{12} \right|_{p_2}^+, \\ C_3 &= \left| ((X_3 - C_1) s_{13} - C_2) s_{23} \right|_{p_3}^+, \\ &\vdots \\ C_{n+\rho} &= \left| (((X_{n+\rho} - C_1) s_{1(n+\rho)} - \dots - C_{b+\rho-1}) s_{(n+\rho-1)(n+\rho)}) \right|_{p_{k+\rho}}^+, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $s_{ji} = (1/p_j) \bmod p_i = p_j^{-1} \bmod p_i$ .

Недостатком данного алгоритма является итерационный процесс, когда для получения текущего значения коэффициента ПСС необходимо использовать предыдущий. Кроме того, данный алгоритм нельзя использовать для вычисления дополнительных контрольных остатков в модулярном турбокоде СОК.

В работе [22] представлен алгоритм расширения набора остатков, в котором на основании информационных остатков комбинации МККВ  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  производится вычисление контрольных  $\mathfrak{X}_{n+1}, \dots, \mathfrak{X}_{n+\rho}$ . После этого вычисляется синдром ошибки:

$$\delta_{n+1} = \left| X_{n+1} - \mathfrak{X}_{n+1} \right|_{p_{n+1}}^+, \dots, \delta_{n+\rho} = \left| X_{n+\rho} - \mathfrak{X}_{n+\rho} \right|_{p_{n+\rho}}^+ \quad (19)$$

Если синдром ошибки равен нулю, то делается вывод – комбинация МККВ относится к разрешенным комбинациям. В противном случае – к ошибочным комбинациям. Для вычисления остатка  $X_{n+1}$  предлагается использовать информационные остатки кроме старшего  $X = (X_1, X_2, \dots, X_{n-1})$ . Тогда, согласно КТО имеем:

$$X = \sum_{i=1}^{n-1} X_i B_i - r_X P_{n-1}, \quad (20)$$

где  $P_{n-1} = \prod_{i=1}^{n-1} p_i$ ;  $r_X = \left| \sum_{i=1}^n X_i g_i \right|_{p_n}^+$ ;  $g_i = \left| m_i p_i^{-1} \right|_{p_n}^+$ ;  $m_i$  – вес ортогонального базиса;

$$g_n = p_n - \left| (P^*)^{-1} \right|_{p_n}^+.$$

В результате значение контрольного остатка определяется:

$$X_{n+1} = \left\lfloor \sum_{i=1}^{n-1} X_i |B_i|_{p_{n+1}}^+ + r_a \left( p_{n+1} - |(P^*)^{-1}|_{p_{n+1}}^+ \right) \right\rfloor_{p_{n+1}} \quad (21)$$

Аналогичным образом вычисляются все другие контрольные остатки. В качестве недостатка рассмотренного алгоритма можно отметить уменьшение рабочего диапазона в  $p_n$  раз.

Рассматривая процедуру коррекции кодовых комбинаций МККВ, нельзя не отметить интервальные алгоритмы, в основу которых положено отношение:

$$L = \left[ \frac{X}{P_n} \right] \quad (22)$$

где  $[ ]$  – целая часть результата деления числа  $X$  на рабочий диапазон.

Достоинством данной позиционной характеристики (далее ПХ) является то, что в результате выполнения (22) вычисляется интервальный номер, в котором находится число  $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n+\rho-1}, X_{n+\rho})$ . По его величине можно определить ошибочный остаток, а также величину ошибки. В работе [27] предложен алгоритм вычисления интервального номера с использованием функции Эйлера, согласно которому:

$$L = \left\lfloor \sum_{i=1}^{n+\rho} L_{X_i} \right\rfloor_{P_n} \quad (23)$$

где  $L_{X_i} = \left\lfloor \frac{P_i^{\varphi(p_i)}}{P_\rho} \right\rfloor_{P_n}$ ;  $\varphi(p_i)$  – функция Эйлера числа  $p_i$ ;  $P_i = \frac{P_{n+\rho}}{p_i}$ ;  $P_\rho = \prod_{j=n+1}^{n+\rho} p_j$ .

Недостатком алгоритма [27] являются то, что для вычисления данной позиционной характеристики необходимо выполнить  $n + \rho$  операций умножений и  $n + \rho - 1$  операций сложения, что негативно влияет на время коррекции комбинации МККВ.

Обобщая результаты анализа основных алгоритмов коррекции ошибок в МККВ, можно сделать вывод о необходимости разработки алгоритма вычисления позиционной характеристики (22), позволяющего осуществить поиск и исправление ошибки за меньшие временные затраты. При этом, данный алгоритм должен также обеспечить возможность эффективного вычисления контрольных остатков по значениям информационных для реализации модулярного турбокода СОК.

### Разработка алгоритмов коррекции ошибок и расширения кортежа остатков МККВ, построенных на основе КТО

Для разработки алгоритма вычисления ПХ, определяемой выражением (22), воспользуемся КТО, используемой для преобразования МККВ-ПК. Тогда:

$$X = \sum_{i=1}^{n+\rho} X_i B_i \bmod P_{n+\rho} = \sum_{i=1}^{n+\rho} X_i B_i - r_x P_{n+\rho}, \quad (24)$$

где  $r_x$  – ранг числа  $X$ .

Подставим выражение (24) в равенство (22). Получаем:

$$L = \left[ \frac{\sum_{i=1}^{n+\rho} X_i B_i - r_x P_{n+\rho}}{P_n} \right] = \left[ \frac{\sum_{i=1}^{n+\rho} X_i B_i - r_x P_n P_\rho}{P_n} \right] \quad (25)$$

Для ортогональных базисов информационных оснований справедливо:

$$B_i = \left[ \frac{B_i}{P_n} \right] \cdot P_n + \ddot{B}_i = K_i P_n + \ddot{B}_i, \quad (26)$$

где  $\ddot{B}_i$  – ортогональные базисы модулярного кода, состоящего только из информационных оснований;  $\ddot{B}_i \equiv B_i \bmod P_n$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Для  $\rho$  контрольных оснований справедливо равенство:

$$B_i = K_i P_n \quad (27)$$

где  $i = n + 1, \dots, n + \rho$ .

Так как для полного диапазона справедливо равенство:

$$P_{n+\rho} = P_n \cdot P_\rho \quad (28)$$

то интервалы, размером равным рабочему диапазону, имеют номера от 0 до  $P_\rho - 1$ . Значит выражение (25) можно вычислять по модулю  $P_\rho$ . Подставим (26) и (27) в равенство (25):

$$\begin{aligned} L &= \left| \frac{\sum_{i=1}^{n+\rho} X_i (K_i P_n + \ddot{B}_i)}{P_n} \right|_{P_\rho}^+ = \left| \sum_{i=1}^{n+\rho} X_i K_i + \left[ \frac{\sum_{j=1}^n X_j \ddot{B}_j}{P_n} \right] \right|_{P_\rho}^+ \\ &= \left| \sum_{i=1}^{n+\rho} X_i K_i + \ddot{r}_X \right|_{P_\rho}^+, \end{aligned} \quad (29)$$

где  $\ddot{r}_X$  – ранг числа X в МККВ с основаниями  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Основным недостатком алгоритма (25) является выполнение вычислений по составному модулю  $P_\rho = \prod_{j=n+1}^{n+\rho} p_j$ , что влечет за собой увеличение схемных и временных затрат необходимых на коррекцию МККВ. Устранить данный недостаток можно за счет перехода к параллельным вычислениям по контрольным основаниям. В этом случае:

$$\begin{aligned} L_{n+1} &= \left| \sum_{i=1}^{n+\rho} X_i \left| K_i \right|_{p_{n+1}} + \ddot{r}_X \right|_{p_{n+1}}, \\ &\vdots \\ L_{n+\rho} &= \left| \sum_{i=1}^{n+\rho} X_i \left| K_i \right|_{p_{n+\rho}} + \ddot{r}_X \right|_{p_{n+\rho}}, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $L_j \equiv L \pmod{p_j}; j = n + 1, \dots, n + \rho$ .

Распараллеливание вычислений по контрольным основаниям должно привести к сокращению временных затрат на коррекцию МККВ. Снижение схемных затрат достигается за счет уменьшения размеров модулей, по которым производится вычисления ПХ.

Данный алгоритм может быть использован для вычисления контрольных остатков для турбокода. Для реализации данного алгоритма воспользуемся модулярным кодом СОК, состоящим из  $n$  информационных и одного контрольного основания. Пусть это основание  $p_{n+1}$ . В этом случае выражение (30) имеет вид:

$$L_{n+1} = \left| \sum_{i=1}^{n+1} X_i |K_i|_{p_{n+1}}^+ + \ddot{r}_X \right|_{p_{n+1}}^+ = \left| \sum_{i=1}^n X_i |K_i|_{p_{n+1}}^+ + X_{n+1} |K_{n+1}|_{p_{n+1}} + \ddot{r}_X \right|_{p_{n+1}}^+. \quad (31)$$

Значение  $L_{n+1} = 0$  возможно только в том случае, когда избыточная комбинация МККВ не содержит ошибку. Тогда справедливо:

$$- X_{n+1} |K_{n+1}|_{p_{n+1}} = \left| \sum_{i=1}^n X_i |K_i|_{p_{n+1}}^+ + \ddot{r}_X \right|_{p_{n+1}}^+. \quad (32)$$

В этом случае остаток по контрольному основанию  $p_{n+1}$  будет равен:

$$X_{n+1} = p_{n+1} - \left| \frac{\sum_{i=1}^n X_i |K_i|_{p_{n+1}}^+ + \ddot{r}_X}{K_{n+1}} \right|_{p_{n+1}}^+. \quad (33)$$

Аналогичным образом можно вычислить все контрольные остатки. При этом, данная процедура может происходить параллельно, что снижает временные затраты на получение комбинаций для модулярного турбокода СОК.

### Разработка метода построения модулярного турбокода СОК

Одним из наиболее эффективных методов повышения эффективности систем OFDM в условиях достаточно сложной помеховой обстановки выступают турбокоды. Благодаря своим хорошим корректирующим способностям, они рекомендованы для использования в стандартах беспроводной связи DVB-S, IEEE 802.16, INTELSAT. Известно [28, 29], что турбокоды относятся к каскадным помехоустойчивым систематическим кодам. В зависимости от принципа построения компонентов турбокода

различают сверточные ТК и блочные ТК. В первом случае, для получения ТК используются два параллельно соединенных кодера непрерывных кодов. Во втором случае кодеры блочного кода соединяются последовательно. Результаты исследований показали, что блочные ТК обеспечивают более высокую эффективность по сравнению со сверточными ТК. Рассмотрим принципы построения блочных турбокодов. Как правило, в качестве компонентов блочного турбокода применяются циклические коды: Хемминга, Рида-Соломона, БЧХ [28]. В этом случае двухмерный блочный ТК представляется как прямоугольник. Каждая строка такого прямоугольника представляет собой кодовую комбинацию длиной  $n_r$ , состоящую из  $k_r$  информационных разрядов и  $\rho_r$  проверочных битов. Количество таких строк составляет  $k_b$ . В результате информационное пространство такого кода равно  $k_r \times k_b$ . Затем к каждому столбцу добавляются  $\rho_b = \rho_r$  проверочных битов. На рис. 2а показана структура кодового слова блочного ТК. В данной структуре кодового слова блочного ТК не предусмотрена дополнительная проверка контрольных разрядов. На рис. 2б показана структура кодового слова ТК, в котором добавлена дополнительная проверка контрольных разрядов, в качестве которой может быть использован код с проверкой на четность. Данная проверка проводится отдельно по строкам и столбцам контрольных разрядов. Это позволит повысить корректирующие способности блочного ТК.



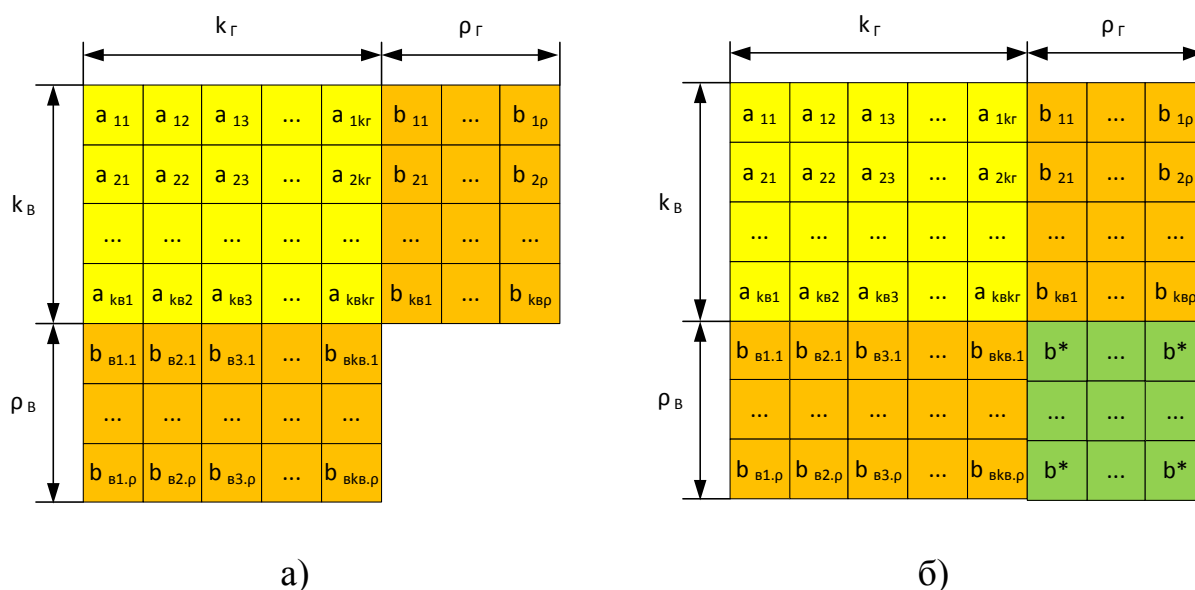


Рис. 2. – Структура кодового слова ТК: а) – без проверки проверочных разрядов, б) – с проверкой проверочных разрядов

Представленная на рис. 2а конструкция турбокода позволяет провести декодирование по двум направлениям. Сначала производятся проверки комбинаций блочного кода по горизонталям. Для этого применяют первый декодер блочного кода. При этом, в памяти остаются сведения о возможных искаженных разрядах кодовых комбинаций, расположенных в строке кодового слова блочного ТК. После этого второй декодер производит поиск искаженных разрядов, рассматривая каждый столбец кодового слова как избыточную комбинацию. При этом учитывая сведения, поступившие от первого декодера. В результате этого производится исправление ошибки более высокой кратности, чем в блочном коде, который применялся в качестве компонента ТК.

Воспользуемся данным подходом при построении модулярного турбокода СОК. В этом случае вместо информационных и проверочных разрядов в кодовом слове МТКСОК будут использованы соответствующие остатки МККВ. Получение горизонтальных избыточных комбинаций МККВ возможно с помощью преобразователя, реализующего перевод из ПК в

МККВ. В связи с тем, что значения информационных остатков определяются рабочими основаниями МККВ, то для вычисления проверочных остатков, находящихся в столбце, необходимо использовать разработанный алгоритм расширения кортежа остатков. Структура кодового слова МТКСОК показана на рис. 3а. При этом необходимо провести выбор соответствующих информационных остатков, которые будут использоваться для расширения кортежа, а также определить местоположение контрольных остатков. Рассмотрим простейший способ перемежения, который применяется в блочных ТК. В этом случае кодовое слово ТК заполняется по строкам, а передача в канал осуществляется вертикальными комбинациями.

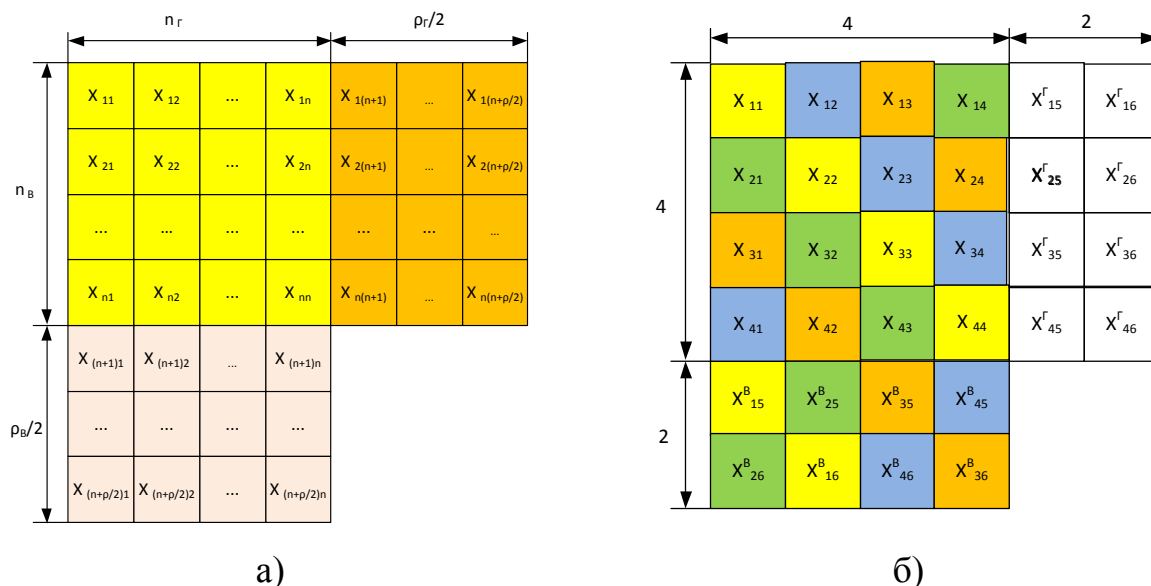


Рис. 3. – Структура кодового слова ТК: а) – модулярного кода классов вычетов, б) – модулярного кода  $(6,4) \times (6,4)$

На рис. 3б показано размещение дополнительных проверочных контрольных оснований для МТКСОК. Компонентом данного ТК является модулярный код, содержащий четыре информационных и два контрольных основания. Используя правила записи блочных помехоустойчивых кодов, такой ТК можно представить как  $(6,4) \times (6,4)$ . Для данного турбокода на первой итерации будут получены следующие четыре комбинации:

$$X^{\Gamma}(1) = (X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}^{\Gamma}, X_{16}^{\Gamma}),$$

$$X^{\Gamma}(2) = (X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}^{\Gamma}, X_{26}^{\Gamma}),$$

$$X^{\Gamma}(3) = (X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35}^{\Gamma}, X_{36}^{\Gamma}),$$

$$X^{\Gamma}(4) = (X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}^{\Gamma}, X_{46}^{\Gamma}).$$

Данные избыточные комбинации можно достаточно просто получить, используя первый кодер, в качестве которого применяется прямой преобразователь ПК-МК. Остатки в таком кодопреобразователе будут вычисляться параллельно.

На вход второго кодера МТКСОК, реализующего операцию расширения кортежа остатков, поступают все информационные остатки четырех кодовых комбинаций МККВ. В соответствии с алгоритмом выбора размещения контрольных остатков будут получены следующие дополнительные кодовые комбинации, используемые для второй итерации проверки:

$$X^B(1) = (X_{11}, X_{22}, X_{33}, X_{44}, X_{15}^B, X_{16}^B),$$

$$X^B(2) = (X_{21}, X_{32}, X_{43}, X_{14}, X_{25}^B, X_{26}^B),$$

$$X^B(3) = (X_{31}, X_{42}, X_{13}, X_{24}, X_{35}^B, X_{36}^B),$$

$$X^B(4) = (X_{41}, X_{12}, X_{23}, X_{34}, X_{45}^B, X_{46}^B).$$

В этом случае, во втором кодере для получения значения контрольного остатка  $X_{15}^B$  будут выполнены следующие вычисления:

$$X_{15}^B = p_5 - \left| \frac{K_1^5 X_{11} + K_2^5 X_{22} + K_3^5 X_{33} + K_4^5 X_{44} + \ddot{r}_X^6}{K_5^5} \right|_{p_5} \quad (34)$$

где  $\ddot{r}_x = \left[ \frac{\sum_{j=1}^4 X_j \ddot{B}_j}{P_4} \right]$  – ранг числа в безизбыточном МККВ;  $K_i^5 = \left[ \frac{B_i^5}{P_4} \right]$ ;  $B_i^5$  –

ортогональные базисы;  $P_4 = \prod_{j=1}^4 p_j$  – рабочий диапазон;  $i = 1, \dots, 5$ .

Для второго контрольного остатка  $X_{16}^B$  будут использованы информационные основания  $p_1, p_2, p_3, p_4$  и контрольное –  $p_6$ . В этом случае полный диапазон будет определяться  $P_5^6 = p_6 \prod_{i=1}^4 p_i = p_6 P_4$ ,

$$X_{16}^B = p_6 - \left| \frac{K_1^6 X_{11} + K_2^6 X_{22} + K_3^6 X_{33} + K_4^6 X_{44} + \ddot{r}_x}{K_5^6} \right|_{p_6} \quad (35)$$

где  $K_i^6 = \left[ \frac{B_i^6}{P_4} \right]$ ;  $B_i^6$  – ортогональные базисы МККВ с модулями  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_6$ .

Остальные контрольные остатки вторым кодером вычисляются аналогично. Процесс вычисления параметров модулярного турбокода СОК, а также процесс коррекции ошибки будет приведен ниже.

### **Структурная модель помехоустойчивой системы с OFDM, использующей модулярные турбокоды СОК**

Очевидно, что использование МТКСОК должно привести к изменению структурной модели системы с OFDM. В работе [30] показана структурная модель системы передачи с частотным мультиплексированием, которая использует модифицированное ВП Хаара, реализованное в МККВ. Именно эта модель будет использована в качестве прототипа для разработки структурной модели помехоустойчивой системы с OFDM, использующей модулярные турбокоды СОК. На рис. 4 показана структурная модель передатчика такой помехоустойчивой системы.

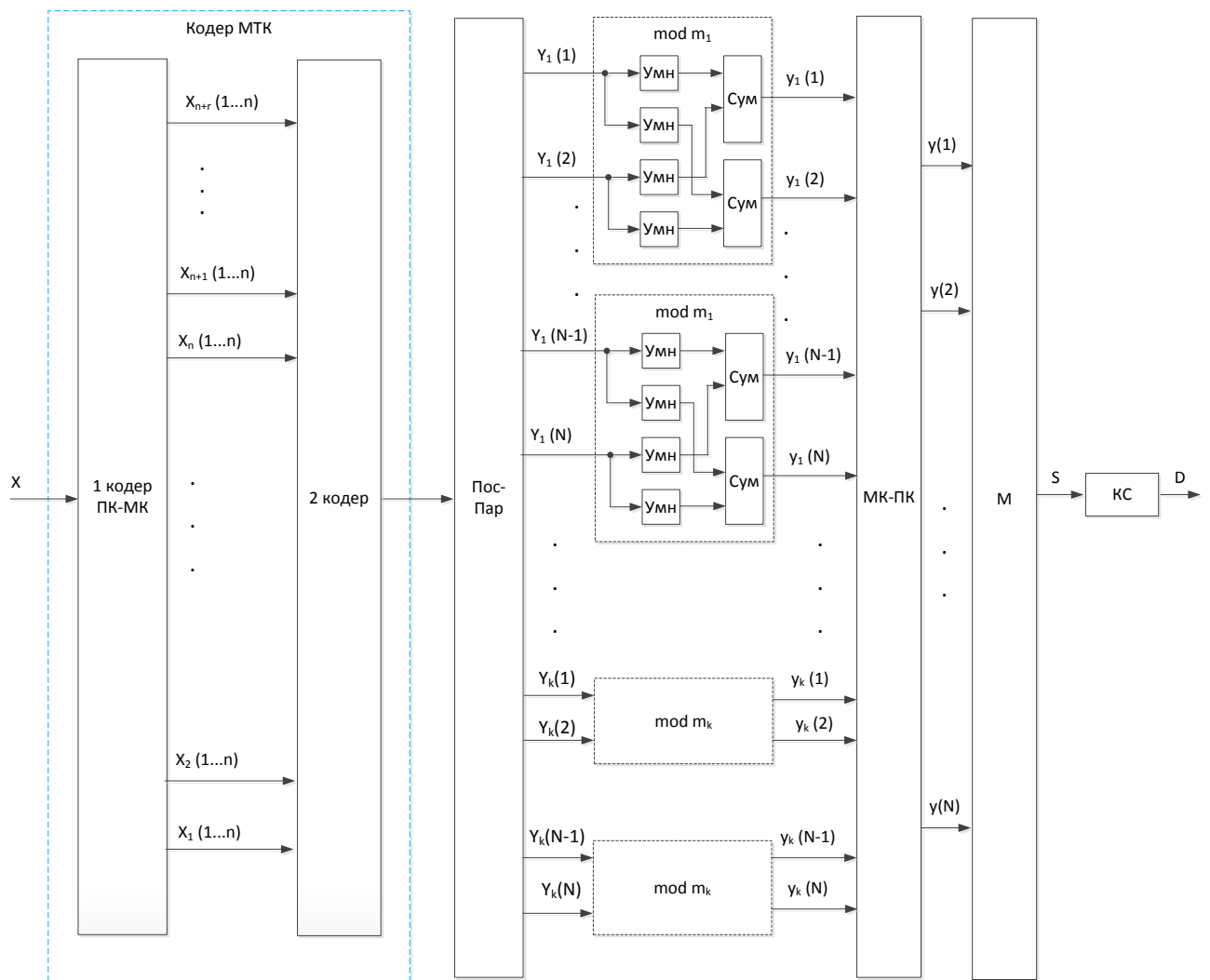


Рис. 4. – Структурная модель передатчика помехоустойчивой системы с OFDM, использующей МТКСОК

Для осуществления работы помехоустойчивой системы с OFDM, использующей модулярные турбокоды СОК, необходимо выбрать информационные основания  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , а также контрольные модули –  $p_{n+1}, \dots, p_{n+r}$ , где  $r = \rho/2$ . Произведение информационных оснований определяет количество целых чисел, которые будут представлены в избыточном МККВ. Так как в процессе ортогональных преобразований в системе OFDM на основе ВП Хаара также используется  $k$  модулей  $m_1, m_2, \dots, m_k$ , то эти модули должны удовлетворять условию:

$$p_1 < \dots < p_{n+r} < m_1 < \dots < m_k \quad (36)$$

В этом случае, на передающей стороне нет необходимости вводить дополнительный преобразователь ПК-МК. Производство модулей  $m_1, m_2, \dots, m_k$  задает разрядность системы передачи OFDM.

На вход помехоустойчивого передатчика системы с OFDM, использующей МТКСОК, поступает последовательный поток отсчетов  $\{X(1), X(2), \dots, X(n)\}$ , разрядность которых не превышает разрядность рабочего диапазона  $P_n$ . Эти отсчеты подаются на вход кодера МТКСОК. Данный кодер имеет в своем составе два последовательно соединенных кодера. Первый кодер реализует операция прямого преобразования ПК-МК. С его выхода снимаются комбинации:

$$\begin{aligned} X(1) &= (X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n}, X_{1(n+1)}, \dots, X_{1(n+r)}), \\ &\vdots \\ X(n) &= (X_{n1}, X_{n2}, \dots, X_{nn}, X_{n(n+1)}, \dots, X_{n(n+r)}). \end{aligned} \quad (37)$$

С выхода первого кодера результаты подаются на вход второго кодера, который вводит дополнительную избыточность. Для этого он использует разработанный алгоритм расширения количества остатков (33). Поступившие на входы избыточные комбинации записывают в регистры и составляют  $n$  строк кодового слова модулярного турбокода СОК. При этом, используя заданный алгоритм выбора информационных остатков из полученных комбинаций МККВ, второй кодер вычисляет проверочные остатки. В результате этого получается кодовое слово МТКСОК:

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} & X_{1(n+1)}^\Gamma & \dots & X_{1(n+r)}^\Gamma \\ \vdots & & & & & & \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nn} & X_{n(n+1)}^\Gamma & \dots & X_{n(n+r)}^\Gamma \\ X_{1(n+1)}^B & X_{1(n+2)}^B & \dots & X_{1(n+1)}^B \\ \vdots & & & \\ X_{n(n+1)}^B & X_{n(n+2)}^B & \dots & X_{n(n+r)}^B \end{bmatrix} \quad (38)$$

Считывание данных из данного кодового слова производится по столбцам. Остатки последовательно поступают на вход блока, осуществляющего преобразование из последовательного кода в параллельный (Пос – Пар), с выхода данного преобразователя снимаются комбинации:

$$\begin{aligned} Y(1) &= (Y_1(1), Y_2(1), \dots, Y_k(1)), \\ &\vdots \\ Y(N) &= (Y_1(N), Y_2(N), \dots, Y_k(N)), \end{aligned} \quad (39)$$

где  $N$  – количество отчетов в сигнале OFDM.

Так как на передающей стороне выполняется обратное ВП Хаара, то эти отсчеты выступают в роли аппроксимирующих  $\{a_l\}$  и детализирующих  $\{d_l\}$  коэффициентов дискретного вейвлет-преобразования, где  $l = 1, 2, \dots, N/2$ , которые представлены в МККВ с основаниями  $m_1, m_2, \dots, m_k$ . Нечётные и четные отсчеты подаются на входы соответствующих блоков, реализующих базовое преобразование модифицированного ВП Хаара в МККВ:

$$y_j(s) = \left| \left| Y_j(s) \cdot \mathfrak{H}_1^+ \right|_{m_j}^+ + \left| Y_j(s+1) \cdot \mathfrak{H}_0^+ \right|_{m_j}^+ \right|_{m_j}^+ \quad (40)$$

$$y_j(s+1) = \left| \left| Y_j(s) \cdot \mathfrak{G}_1^+ \right|_{m_j}^+ + \left| Y_j(s+1) \cdot \mathfrak{G}_0^+ \right|_{m_j}^+ \right|_{m_j}^+ \quad (41)$$

где:  $\mathfrak{H}_0 = \mathfrak{G}_0 = \mathfrak{G}_1 = \lfloor V/\sqrt{2} \rfloor$ ;  $\mathfrak{H}_1 = -\lfloor V/\sqrt{2} \rfloor$ ;  $V = 2^W$  – константа масштабирования;  $W = 1, 2, \dots$ ;  $s = 1, 3, \dots, N-1$ .

На выходе этих блоков появляются временные отсчеты сигналов в МККВ:

$$\begin{aligned} y(1) &= (y_1(1), y_2(1), \dots, y_k(1)), \\ &\vdots \\ y(N) &= (y_1(N), y_2(N), \dots, y_k(N)). \end{aligned} \quad (42)$$

Затем они поступают на входы преобразователя из модулярного кода в позиционный код (МК-ПК). На выходе МК-ПК параллельный набор отсчетов сигнала  $\{y(1), y(2), \dots, y(N)\}$  подается на вход мультиплексора (М), с помощью которого образуется сигнал  $S$ .

После этого сигнал  $S$  передается в дискретный канал связи (КС), в котором подвергается действию помехи. В результате воздействия помехи в сигнале  $S$  возникают ошибки, и на выходе КС появляется искаженный сигнал  $D$ . Этот искаженный сигнал  $D$  поступает на вход приемного устройства системы с OFDM. Структурная модель приемника помехоустойчивой системы с OFDM, использующей МТКСОК, показана на рис. 6.

Демультимплексор (Д) используется для преобразования входного сигнала  $D$  в кортеж временных отсчетов  $\{d(1), d(2), \dots, d(N)\}$ . Преобразователь ПК-МК преобразуют эти отсчеты в комбинации МККВ:

$$\begin{aligned} d(1) &= (d_1(1), d_2(1), \dots, d_k(1)), \\ &\vdots \\ d(N) &= (d_1(N), d_2(N), \dots, d_k(N)). \end{aligned} \quad (43)$$



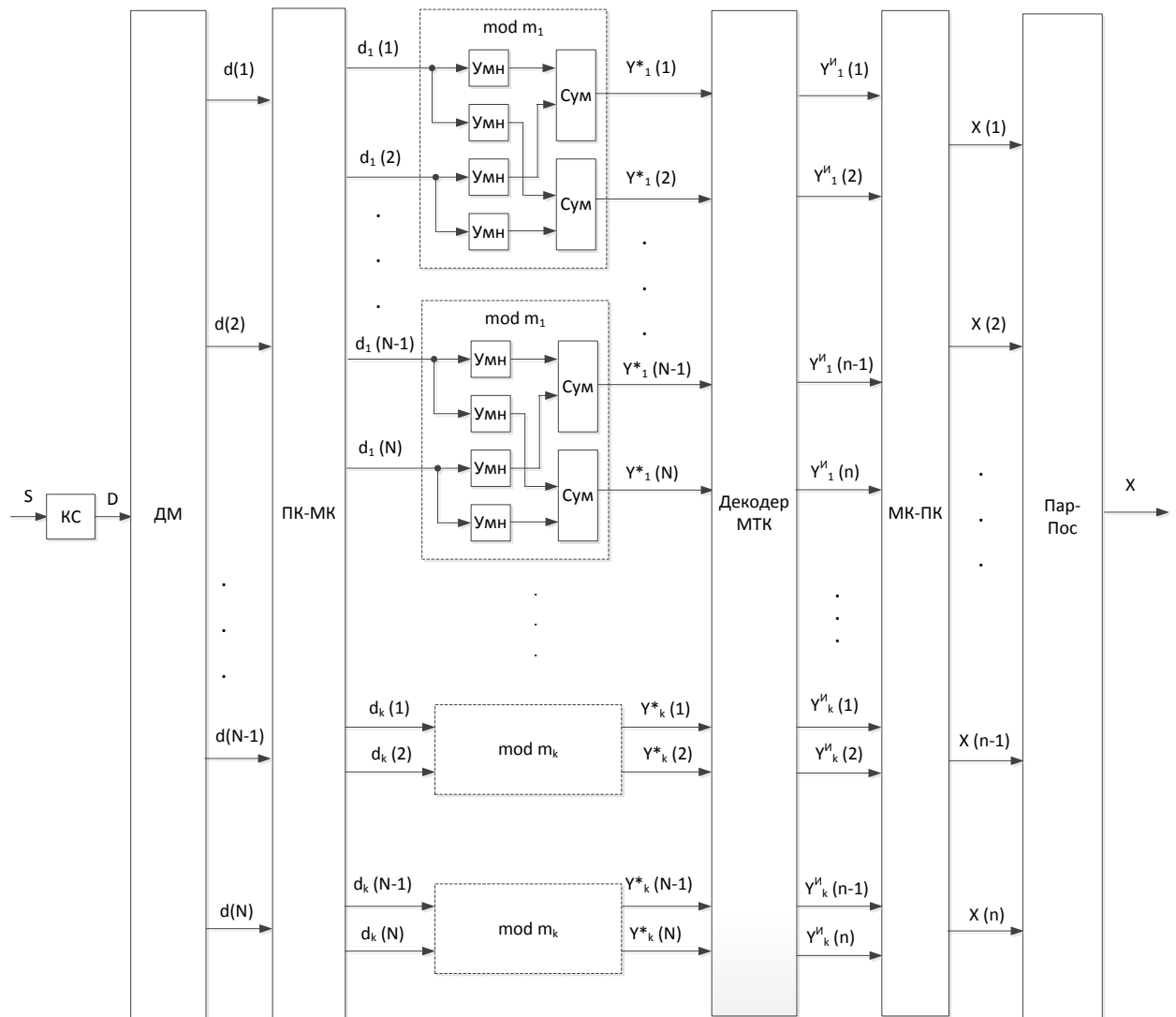


Рис. 5. – Структурная модель приемника помехоустойчивой системы с OFDM, использующей МТКСОК

Нечётные и четные отсчеты подаются на входы соответствующих блоков, реализующих базовое преобразование модифицированного ВП Хаара в МККВ:

$$Y_j^*(s) = \left| d_j(s) \cdot h_1 \Big|_{m_j}^+ + d_j(s+1) \cdot h_0 \Big|_{m_j}^+ \right|_{m_j}^+ \quad (44)$$

$$Y_j^*(s+1) = \left| d_j(s) \cdot g_1 \Big|_{m_j}^+ + d_j(s+1) \cdot g_0 \Big|_{m_j}^+ \right|_{m_j}^+ \quad (45)$$

где  $Y_j^*(s)$  – остаток, который может быть искажен пачкой ошибок;  
 $s = 1, \dots, N - 1$ ;  $h_0 = h_1 = g_1 = \lfloor V/\sqrt{2} \rfloor$ ;  $g_0 = -\lfloor V/\sqrt{2} \rfloor$ .

Так как в полученных кодовых комбинациях МККВ могут находиться пачки ошибок, то они поступают на вход декодера модулярного турбокода СОК, который записывает их в соответствующие регистры. В результате получается следующее кодовое слово МТКСОК:

$$\begin{bmatrix} Y_{11}^* & Y_{12}^* & \dots & Y_{1n}^* & Y_{1(n+1)}^{*\Gamma} & \dots & Y_{1(n+r)}^{*\Gamma} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{n1}^* & Y_{n2}^* & \dots & Y_{nn}^* & Y_{n(n+1)}^{*\Gamma} & \dots & Y_{n(n+r)}^{*\Gamma} \\ Y_{1(n+1)}^{*B} & Y_{1(n+2)}^{*B} & \dots & Y_{1(n+1)}^{*B} & & & \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{n(n+1)}^{*B} & Y_{n(n+2)}^{*B} & \dots & Y_{n(n+r)}^{*B} & & & \end{bmatrix} \quad (46)$$

В декодере модулярного турбокода СОК, представленного в статье, используется жесткая схема декодирования. Такой декодер в своем составе имеет два декодера. Первый декодер производит проверку горизонтальных кодовых комбинаций. Второй декодер, используя соответствующие информационные остатки, осуществляет проверку с применением вертикальных проверочных остатков. Данные декодеры применяют разработанный алгоритм коррекции ошибок в МККВ (30). Альтернативные решения по возможным искаженным остаткам от первого и второго декодеров поступают в блок принятия решения (БПР). На основании полученных данных БПР определяет вектор ошибки, содержащий только  $n$  информационных остатков. С помощью  $n$ -корректирующих сумматоров производится коррекция кодовой комбинации. В этом случае с выхода декодера МТКСОК на вход обратного преобразователя МК-ПК поступают исправленные комбинации МККВ:

$$\begin{aligned} & (Y_1^H(1), Y_2^H(1), \dots, Y_n^H(1)), \\ & \vdots \\ & (Y_1^H(n), Y_2^H(n), \dots, Y_n^H(n)). \end{aligned} \tag{47}$$

Преобразователь МК-ПК преобразует кодовые комбинации в позиционные отсчеты  $\{X(1), X(2), \dots, X(n)\}$ . Данные отсчеты передаются на преобразователь Пар-Пос, с выхода которого снимется последовательный поток данных  $X$ .

### Результаты исследования и их обсуждение

Выберем в качестве информационных оснований  $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65$ . Для выбранных оснований рабочий диапазон составляет  $P_3 = 262080$ . Введем избыточность в МККВ. Для этого воспользуемся двумя контрольными основаниями  $p_4 = 67, p_5 = 71$ . В результате полный диапазон  $P_5 = 1246714560$ .

Воспользуемся алгоритмом [22] для вычисления ортогональных базисов. Определим первый ортогональный базис.

1 этап. Получение константы  $M_1 = P_5 / p_1 = 19789120$ .

2 этап. Получение остатка  $M_1 \bmod p_1 = 1$ .

3 этап. Вычисление веса  $(M_1)^{-1} \bmod p_1 = 1$ .

4 этап. Вычисление ортогонального базиса  $B_1 = M_1 \left| (M_1)^{-1} \right|_{p_1} = 19789120$ .

Для разработанного алгоритма коррекции ошибок представим данный базис в виде  $B_1 = 19789120 = K_1 P_3 + \ddot{B}_1 = 75P_3 + 133120$ .

Аналогичным образом получаем остальные ортогональные базисы

$$B_2 = 58439745 = K_2 P_3 + \ddot{B}_2 = 222P_3 + 257985.$$

$$B_3 = 364424256 = K_3 P_3 + \ddot{B}_3 = 1390P_3 + 133056.$$

$$B_4 = 558230400 = K_4 P_3 = 2130P_3.$$

$$B_5 = 245831040 = K_5 P_3 = 938P_3.$$

Пусть заданы три отсчета  $X(1) = 345$ ,  $X(2) = 169$ ,  $X(3) = 281$ , которые подаются на вход кодера модулярного турбокода СОК. С выхода первого кодера, в качестве которого выступает преобразователь ПК-МК, будут получены горизонтальные комбинации:

$$345 = (30, 25, 20, 10, 61);$$

$$169 = (43, 41, 39, 35, 27);$$

$$281 = (29, 25, 21, 13, 68).$$

После этого информационные остатки были поданы на вход второго кодера, который используя алгоритм расширения кортежа остатков (30), позволяет определить значения вертикальных контрольных остатков. Для этого воспользуемся треугольной схемой выбора, которая показана на рис. 3б. В этом случае  $X^B(1) = (30, 41, 21)$ ,  $X^B(2) = (43, 25, 20)$ ,  $X^B(3) = (29, 25, 35)$ . Воспользуемся алгоритмом (30) и определим контрольные остатки для кода  $X^B(1) = (30, 41, 21)$ . Для получения  $X_4^B(1)$  получаем кортеж из информационных  $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65$  и избыточного  $p_4 = 67$  оснований. Ортогональные базисы данного кортежа, которые представлены в таблице 1.

Таблица 1

Ортогональные базисы кода  $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65, p_4 = 67$

Основания	Ортогональный базис	$K_i^4$	$\ddot{B}_i^4$	$(K_4^4)^{-1} \bmod p_4$
$p_1 = 63$	2229760	8	133120	
$p_2 = 64$	5761665	21	257985	
$p_3 = 65$	13237056	50	133056	
$p_4 = 67$	13890240	53		43

Вычислим ранг МККВ с основаниями:

$$\ddot{r}_{X(1)} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 X_i \ddot{B}_i}{P_3} \right] = \left[ \frac{30 \cdot 133120 + 41 \cdot 257985 + 21 \cdot 133056}{262080} \right] = 66.$$

Подставляем значения в равенство (33) и получаем:

$$X_4^B(1) = 67 - \left| \frac{30 \cdot 8 + 41 \cdot 21 + 21 \cdot 50 + 66}{53} \right|_{67} = 67 - |43 \cdot 6|_{67} = 10.$$

Рассмотрим получение остатка  $X_5^B(1)$  по модулю 71. В таблице 2 представлены ортогональные базисы МККВ  $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65, p_4 = 71$ .

Таблица 2

Ортогональные базисы кода  $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65, p_4 = 71$

Основания	Ортогональный базис	$K_i^5$	$\ddot{B}_i^5$	$(K_4^5)^{-1} \bmod p_4$
$p_1 = 63$	1181440	4	133120	
$p_2 = 64$	2616705	9	257985	
$p_3 = 65$	10878336	41	133056	
$p_4 = 71$	3931200	15		19

Ранг в МККВ с информационными основаниями  $\ddot{r}_{X(1)} = 66$ .

Подставляем значения в равенство (33) и получаем:

$$X_5^B(1) = 71 - \left| \frac{30 \cdot 5 + 41 \cdot 9 + 21 \cdot 41 + 66}{15} \right|_{71} = 71 - |19 \cdot 67|_{71} = 5.$$

На рис. 6 представлена структура кодового слова МТКСОК:

30	25	20	10	61
43	41	39	35	27
29	25	21	13	68
10	54	37		
24	5	4		

Рис. 6. – Кодовое слово МТКСОК

Пусть в процессе преобразований, которые выполнялись на передающей и приемной сторонах системы с OFDM, не было сбоев, а в канале связи отсутствовали помехи. В этом случае на вход декодера МТКСОК поступит кодовое слово, которое показано на рис. 6. Рассмотрим процесс поиска ошибок в первой вертикальной комбинации (30, 41, 21, 10, 5). Для этого используется разработанный алгоритм (30). В таблице 3 приведены параметры для кортежа оснований  $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65, p_4 = 67, p_5 = 71$ .

Таблица 3

Параметры для алгоритма (30)

Основания	Ортогональный базис	$K_i$	$ K_i _{67}$	$ K_i _{71}$	$\ddot{B}_i$
$p_1 = 63$	19789120	75	8	4	133120
$p_2 = 64$	58439745	222	21	9	257985
$p_3 = 65$	364424256	1390	50	41	133056
$p_4 = 67$	558230400	2130	53	0	
$p_5 = 71$	245831040	938	0	15	

Вычислим ранг МККВ с основаниями:

$$\ddot{r}_{X^{(1)}} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 X_i \ddot{B}_i}{P_3} \right] = \left[ \frac{30 \cdot 133120 + 41 \cdot 257985 + 21 \cdot 133056}{262080} \right] = 66$$

Подставляем значения в равенство (30) и получаем:

$$L_4^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i |K_i|_{p_4} + \ddot{r}_X \right|_{p_4} = |30 \cdot 8 + 41 \cdot 21 + 21 \cdot 50 + 10 \cdot 53 + 66|_{67} = 0.$$

$$L_5^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i |K_i|_{p_5} + \ddot{r}_X \right|_{p_5} = |30 \cdot 4 + 41 \cdot 9 + 21 \cdot 41 + 5 \cdot 15 + 66|_{71} = 0.$$

Рассмотрим процесс поиска ошибок в первой горизонтальной комбинации МТКСОК (30, 25, 20, 10, 61). Ранг в МККВ с информационными основаниями  $\ddot{r}_{X^B(2)} = 66$ . Подставляем значения в выражение (30) и получаем:

$$L_4^{\Gamma} = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_4} + \ddot{r}_X \right|_{p_4} = |30 \cdot 8 + 25 \cdot 21 + 20 \cdot 50 + 10 \cdot 53 + 66|_{67} = 0.$$

$$L_5^{\Gamma} = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_5} + \ddot{r}_X \right|_{p_5} = |30 \cdot 4 + 25 \cdot 9 + 20 \cdot 41 + 61 \cdot 15 + 66|_{71} = 0.$$

Так как интервальный номер, представленный по контрольным основаниям равен нулю, то это означает – комбинации не содержат ошибки. Пусть в первом остатке возникла пачка ошибок глубиной  $\Delta X_1(1) = 10$ . Тогда  $X_1^*(1) = |X(1) + \Delta X_1(1)|_{63} = |30 + 10|_{63} = 40$ , и на приемной стороне получена комбинация  $X^*(1) = (40^*, 25, 20, 10, 61)$ . Вычислим ранг МККВ:

$$\ddot{r}_{X(1)} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 X_i \ddot{B}_i}{P_3} \right] = \left[ \frac{40 \cdot 133120 + 25 \cdot 257985 + 20 \cdot 133056}{262080} \right] = 55.$$

Подставляем значения в равенство (30) и получаем:

$$L_4^{\Gamma} = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_4} + \ddot{r}_X \right|_{p_4} = |40 \cdot 8 + 25 \cdot 21 + 20 \cdot 50 + 10 \cdot 53 + 55|_{67} = 18.$$

$$L_5^{\Gamma} = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_5} + \ddot{r}_X \right|_{p_5} = |40 \cdot 4 + 25 \cdot 9 + 20 \cdot 41 + 61 \cdot 15 + 55|_{71} = 45.$$

Рассмотрим процесс поиска ошибок в соответствующей вертикальной комбинации МТКСОК  $X^*(1) = (40^*, 41, 21, 10, 5)$ . Ранг в МККВ с информационными основаниями  $\ddot{r}_{X^B(2)} = 55$ . Подставляем значения в выражение (30) и получаем:

$$L_4^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_4} + \ddot{r}_X \right|_{p_4} = |40 \cdot 8 + 41 \cdot 21 + 21 \cdot 50 + 10 \cdot 53 + 55|_{67} = 18.$$

$$L_5^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_5} + \ddot{r}_X \right|_{p_5} = |40 \cdot 4 + 41 \cdot 9 + 21 \cdot 41 + 5 \cdot 15 + 55|_{71} = 45.$$

Так как  $L_4^{\Gamma} = L_4^B = 18, L_5^{\Gamma} = L_5^B = 45$ , то это означает, что кратность ошибки равна единице и ее вектор ошибки  $\bar{e} = (10, 0, 0, 0, 0)$ . Выполним коррекцию:

$$X(1) = X^*(1) - \bar{e} = (40, 25, 20, 10, 61) - (10, 0, 0, 0, 0) = (30, 25, 20, 10, 61).$$

Пусть возникшая в канале помеха исказила три информационных остатка первой горизонтальной комбинации, при этом глубина ошибок равна  $\Delta X_1(1) = 10, \Delta X_2(1) = 5$  и  $\Delta X_3(1) = 7$ . Тогда ошибочная комбинация примет вид  $X^*(1) = (40^*, 30^*, 27^*, 10, 61)$ .

Проверим комбинацию. Сначала вычислим ранг:

$$\ddot{r}_{X(1)} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 X_i \ddot{B}_i}{P_3} \right] = \left[ \frac{40 \cdot 133120 + 30 \cdot 257985 + 27 \cdot 133056}{262080} \right] = 63.$$

Подставляем значение в равенство (30) и получаем

$$L_4^{\Gamma} = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_4} + \ddot{r}_X \right|_{p_4} = |40 \cdot 8 + 30 \cdot 21 + 27 \cdot 50 + 10 \cdot 53 + 63|_{67} = 12.$$

$$L_5^{\Gamma} = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_5} + \ddot{r}_X \right|_{p_5} = |40 \cdot 4 + 30 \cdot 9 + 27 \cdot 41 + 61 \cdot 15 + 63|_{71} = 30.$$

Полученные значения интервального номера, представленные по контрольным основаниям, не соответствуют номерам для однократных ошибок. Значит, в комбинации присутствует ошибка более высокой кратности. Чтобы вычислить ошибочные остатки, необходимо воспользоваться вертикальными проверками. Возьмем первую вертикальную комбинацию, которая имеет вид  $(40^*, 41, 21, 10, 5)$ .

$$L_4^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_4} + \ddot{r}_X \right|_{p_4} = |40 \cdot 8 + 41 \cdot 21 + 21 \cdot 50 + 10 \cdot 53 + 71|_{67} = 18.$$



$$L_5^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{P_5} + \ddot{r}_X \right|_{P_5} = |40 \cdot 4 + 41 \cdot 9 + 21 \cdot 41 + 5 \cdot 15 + 71|_{71} = 45.$$

Полученные значения интервального номера соответствуют ошибке в первом остатке и вектору ошибки  $\bar{e} = (10, 0, 0, 0, 0)$ . После исправления получаем комбинацию  $X^*(1) = (30, 30^*, 27^*, 10, 61)$ .

Берем вторую вертикальную комбинацию  $(43, 30^*, 20, 37, 24)$ . Тогда ранг:

$$\ddot{r}_X = \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 X_i \ddot{B}_i}{P_3} \right] = \left[ \frac{43 \cdot 133120 + 30 \cdot 257985 + 20 \cdot 133056}{262080} \right] = 61.$$

Подставляем значения в равенство (30) и получаем:

$$L_4^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{P_4} + \ddot{r}_X \right|_{P_4} = |43 \cdot 8 + 30 \cdot 21 + 20 \cdot 50 + 37 \cdot 53 + 61|_{67} = 43.$$

$$L_5^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{P_5} + \ddot{r}_X \right|_{P_5} = |43 \cdot 4 + 30 \cdot 9 + 20 \cdot 41 + 24 \cdot 15 + 61|_{71} = 50.$$

Полученные значения интервального номера соответствуют ошибке в втором остатке и вектору ошибки  $\bar{e} = (0, 5, 0, 0, 0)$ . После исправления получаем комбинацию  $X^*(1) = (30, 25, 27^*, 10, 61)$ .

Берем третью вертикальную комбинацию  $(29, 25, 46^*, 54, 4)$ . Тогда ранг:

$$\ddot{r}_X = \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 X_i \ddot{B}_i}{P_3} \right] = \left[ \frac{29 \cdot 133120 + 25 \cdot 257985 + 46 \cdot 133056}{262080} \right] = 62.$$

Подставляем значения в равенство (30) и получаем:

$$L_4^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{P_4} + \ddot{r}_X \right|_{P_4} = |29 \cdot 8 + 25 \cdot 21 + 46 \cdot 50 + 54 \cdot 53 + 62|_{67} = 18.$$

$$L_5^B = \left| \sum_{i=1}^5 X_i \left| K_i \right|_{p_5} + \ddot{r}_X \right|_{p_5} = |29 \cdot 4 + 25 \cdot 9 + 46 \cdot 41 + 4 \cdot 15 + 62|_{71} = 6.$$

Полученные значения интервального номера соответствуют ошибке в третьем остатке и вектору ошибки  $\bar{e} = (0, 0, 7, 0, 0)$ . После исправления получаем исходную комбинацию  $X(1) = (30, 25, 20, 10, 61)$ .

В рассмотренном примере разработанный МТКСОК, содержащий по горизонтали и вертикали по два контрольных основания, исправил искажение трех остатков. Аналогичными возможностями обладает модулярный код, который имеет три информационных основания  $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65$  и шесть контрольных модулей  $p_4 = 67, p_5 = 71, p_6 = 73, p_7 = 79, p_8 = 83, p_9 = 89$ . Очевидно, что разработанный МТКСОК обеспечивает равные корректирующие способности при меньшей вводимой избыточности по сравнению с классическими модулярными кодами. При этом скорость кодирования, представленного в примере турбокода, составит  $R = 3/7$ , в то время как при использовании классического избыточного модулярного кода данный показатель равен  $R = 1/3$ .

Для оценки помехоустойчивости описанного модулярного турбокода СОК была разработана программа в среде имитационного моделирования MATLAB [31]. Результаты исследования уровня обеспечения помехоустойчивости для разработанного МТКСОК в сравнении со сверточными турбокодом стандарта LTE-R и незакодированным сообщением показаны на рис. 7. При декодировании турбокодов была использована жесткая схема декодирования.

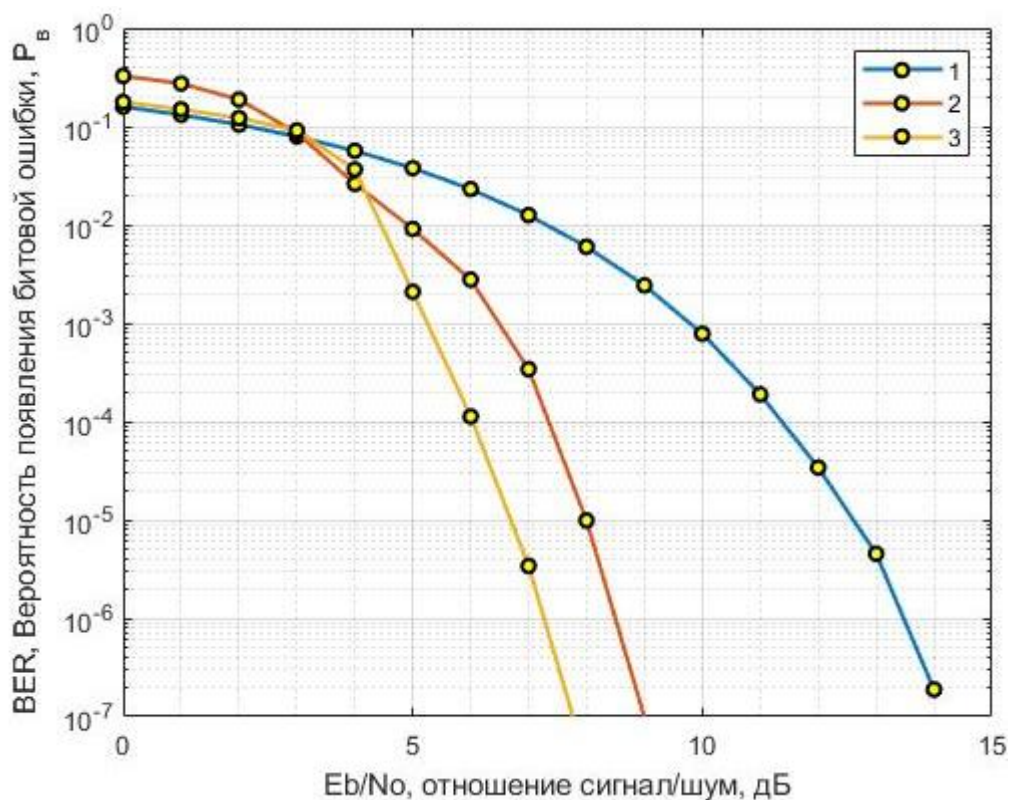


Рис. 7 – Помехоустойчивость системы OFDM: 1 – без кодирования; 2 – со сверточным турбокодом, 3 – с модулярным турбокодом СОК

Анализ рис. 7 подтвердил вывод о том, что разработанный модулярный турбокод СОК обеспечивает более высокие корректирующие способности при меньшей вводимой избыточности по сравнению со сверточным турбокодом, используемом в стандарте LTE-R. Так, вероятность появления битовой ошибки, равной  $10^{-7}$  достигается при отношении сигнал-шум равном 7,8 дБ, в то время, как для сверточного турбокода данная вероятность ошибки достигается при отношении сигнал-шум, равном 9 дБ. Таким образом, выигрыш в помехоустойчивости для разработанного МТКСОК составляет 1,15 раз.

### Заключение

В статье рассмотрена структурная модель помехоустойчивой системы с OFDM, использующей вместо БПФ дискретные вейвлет-преобразования

Хаара, реализованные в МККВ. Для повышения помехоустойчивости этой системы предложено использовать модулярный турбокод СОК. Рассмотрены принципы построения такого турбокода. Проведан анализ известных алгоритмов поиска и коррекции ошибок в МККВ. На основе данного анализа был разработан алгоритм коррекции ошибок, построенный на основе КТО. На основании данного алгоритма был разработан алгоритм расширения кортежа остатков МККВ. Описана структурная модель приемной и передающей частей системы с OFDM, использующей модулярный турбокод СОК. Рассмотрен пример работы модулярного турбокода СОК. Показан процесс вычисления вертикальных контрольных остатков. Рассмотрены ситуации проверки комбинаций на наличие ошибок, вызванных помехами в канале связи. Показан процесс обнаружения и коррекции однократной и трехкратной ошибок в разработанном МТКСОК. Проведенный сравнительный анализ с классическим корректирующим МККВ показал, что разработанный турбокод характеризуется меньшей вводимой избыточностью, более высокими скоростью кодирования и помехоустойчивостью.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00036, <https://rscf.ru/project/23-21-00036/>.*

### **Литература**

1. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Технология OFDM: учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия-Телеком, 2017. 352 с.
2. Shreehari H.S., Makam Supreeth. Starlink Satellite Internet Service // International Journal of Research Publication and Reviews, 2022, Vol. 3, № 6. pp. 4501-4504.
3. Пехтерев С.В., Макаренко С.И., Ковальский А.А. Описательная модель системы спутниковой связи Starlink // Системы управления, связи и

безопасности (Systems of Control, Communication and Security), 2022, № 4. с. 190-255 doi: 10.24412/2410-9916-2022-4-190-255.

4. Базовые положения стандарта Wi-Fi 4 (IEEE 802.11n). URL: docs.keenetic.com/eaeu/duo/kn-2110/ru/20210-what-you-need-to-know-about-wi-fi-4--ieee-802-11n-.html.

5. Мамчев Г.А., Белов А. Н. Системы передачи сигналов цифрового ТВ по эфирным радиоканалам с использованием DVB-T и DVB-T2. URL: SNEG5.com/nauka/tehnika-i-tehnologii/dvb-t-dvb-t2.

6. Озеров А.В., Куроптева А.П. Железнодорожная радиосвязь нового поколения. Наука и технологии железных дорог // РЖД НИИАС Ежеквартальное сетевое научно-методическое издание, 2023, Выпуск 1 (25). с. 17-24.

7. Шнепс-Шнеппе М.А. О перспективах сети GSM-R для цифровой железной дороги // International Journal of Open Information Technologies, Vol. 4, № 12. pp. 47-52 ISSN: 2307-8162. 2016.

8. Бочков А.В. Материалы научно-технического совета АО «НИИАС». О некоторых актуальных задачах и направлениях научно-технологического развития АО «НИИАС» июнь-декабрь 2023 // РЖД НИИАС Ежеквартальное сетевое научно-практическое издание, 2023, Выпуск 4 (28). с. 3-17.

9. Yusi Zhang, Yong L. Towards spectral efficiency enhancement for IoT-aided smart transportation: a compressive OFDM transmission and regularized recovery approach // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2022, № 29 doi: 10.1186/s13634-022-00843-w.

10. Дроздова В.Г., Ахпашев Р. В. Анализ эффективности технологий передачи данных для Интернета вещей NB-IoT и LTE-M // Вестник СибГУТИ, 2018, № 4. с. 76-85.

11. Yücel G., Altun A.A. Comparative Performance Analyses of FFT Based OFDM and DWT Based OFDM Systems // Journal of New Results in Science, 2016, № 12. pp. 272-287.

12. Artee Kumari Vats, Kuldeep Pandey. Comparative analysis of FFT OFDM and DWT OFDM for MIMO systems over Rayleigh fading channel // Journal of Engineering Technology and Medical Sciences, 2023, Vol. 6, Issue 3. pp. 40-43.

13. Калмыков И.А., Чистоусов Н.К., Калмыкова Н.И., Духовный Д.В. Ортогональная обработка сигналов с использованием математических моделей целочисленных вейвлет-преобразований, реализованных в модулярных кодах классов вычетов // Инженерный вестник Дона, 2023, № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273).

14. Kalmykov, I.A., Dukhovnyj, D.V., Kalmykova, N.I. Development of a Mathematical Model for Performing the Haar Wavelet Transform in Parallel Modular Codes // Proceedings - 2023 International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2023, 2023. pp. 466-470.

15. Ananda Mohan P.V. RNS-Based arithmetic circuits and applications, Arithmetic Circuits for DSP Applications. Ch. 6. eds. P.K. Meher, T. Stouraitis, John Wiley and Sons. Ltd. 2017, ISBN 9781119206804, pp. 186-236. doi: 4120.,1106026/9781119206804.ch6.

16. Cardarilli G.C., Nannarelli A., Re M. RNS applications in digital signal processing, Embedded Systems Design with Special Arithmetic and Number Systems, 2017. pp. 181-215 doi: 6160.1007/978-3-319-49742-6\_8.

17. Горденко Д.В. Принципы построения модулярных отказоустойчивых специализированных процессоров для обработки информации // Исследования в области естественных наук, 2013, № 8 URL: [science.snauka.ru/2013/08/5288](http://science.snauka.ru/2013/08/5288).

---

18. Калмыков И.А., Чистоусов Н.К., Калмыкова Н.И., Духовный Д.В. Разработка математической модели отказоустойчивой системы OFDM, использующей целочисленные вейвлет-преобразования в модулярных кодах // Современные наукоемкие технологии, 2024, № 3. с. 43-48.

19. Кудряшов Б.Д. Основы теории кодирования. СПб.: БХВ-Петербург, 2016. 400 с.

20. Ananda, Mohan Residue Number Systems. Theory and Applications Ananda, Mohan, Springer International Publishing Switzerland, 2016. 351 p.

21. Omondi A. Residue Number Systems: Theory and Implementation. Omondi A., Premkumar B. – Imperial College Press, UK, 2007. 293 p.

22. Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Ряднов С.А. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 288 с.

23. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: Сов. Радио, 1968. 440 с.

24. Мартыненко С.О., Краснобаев В.А. Метод обнаружения ошибок в спецпроцессоре обработки криптографической информации // Радиоэлектроника и информатика, 2010, № 1. с. 75–78.

25. Сиора А.А., Краснобаев В.А., Харченко В.С. Отказоустойчивые системы с версионно-информационной избыточностью. Харьков: ХАИ, 2009. 321 с.

26. Червяков Н.И., Нагорнов Н.Н. Коррекция ошибок при передаче и обработке информации, представленной в СОК, методом синдромного декодирования // Наука. Инновации. Технологии, 2015, № 2. с. 15-40.

27. Червяков Н.И., Шапошников А.В., Сахнюк П.А., Макоха А.Н. Нейрокомпьютеры в остаточных классах. Москва: Радиотехника, 2003. 272 с.

28. Виноградов В.С., Коробицын В.В., Московцев М.Н. Использование турбо-кодека для безопасной передачи данных // Математические структуры и моделирование, 2015, № 4(36). с. 134-144.

29. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. 1 // Proceedings of ICC '93 - IEEE International Conference on Communications, 1993, Vol. 2, pp. 1064–1070 doi: 10.1109/ICC.1993.397441.

30. Калмыков И.А., Чистоусов Н.К., Калмыкова Н.И., Духовный Д.В. Структурные модели систем передачи с частотным мультиплексированием, применяющих целочисленное модифицированное дискретное преобразование Хаара // Инженерный вестник Дона, 2023, № 9. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2023/8685.

31. Ефременков И.Д., Калмыков И.А. Программа исследования свойств двоичных кодов системы остаточных классов в канале связи с группированием ошибок. Свидетельство о регистрации № 2024615863. Бюллетень № 3 от 13.03.2024. 2024. URL: fips.ru/iiss/document.xhtml? faces-redirect=true&id=b73d264e7c82d6003a72c221b7bd0d30.

### References

1. Bakulin M.G., Kreindelin V.B., Shumov A.P. Tehnologija OFDM [OFDM technology]. Moskva. Gorjachaja linija-Telekom, 2017. 352 p.

2. Shreehari H.S., Makam Supreeth. Starlink Satellite Internet Service. International Journal of Research Publication and Reviews, 2022, vol. 3, no. 6, pp. 4501-4504.

3. Pekhterev S.V., Makarenko S.I., Kovalsky A.A. Systems of Control, Communication and Security, 2022, no. 4, pp. 190-255 doi: 10.24412/2410-9916-2022-4-190-255.



4. Bazovye polozheniya standarta Wi-Fi 4 (IEEE 802.11n) [Basic provisions of the Wi-Fi 4 standard (IEEE 802.11n)]. URL: [docs.keenetic.com/eaau/duo/kn-2110/ru/20210-what-you-need-to-know-about-wi-fi-4--ieee-802-11n-.html](https://docs.keenetic.com/eaau/duo/kn-2110/ru/20210-what-you-need-to-know-about-wi-fi-4--ieee-802-11n-.html).
5. Mamchev G.A., Belov A.N. Sistemy peredachi signalov cifrovogo TV po efirnym radiokanalam s ispol'zovaniem DVB-T i DVB-T2 [Digital TV signal transmission systems over terrestrial radio channels using DVB-T and DVB-T2]. URL: [SNEG5.com/nauka/tehnika-i-tehnologii/dvb-t-dvb-t2.html](https://sNEG5.com/nauka/tehnika-i-tehnologii/dvb-t-dvb-t2.html).
6. Ozerov A.V., Kuropteva A.P. RZhD NIIAS Ezhekvartalnoe setevoe nauchno-metodicheskoe izdanie, 2023, vol. 1, no. 25, pp. 17-24.
7. Schneps-Schneppe M.A. International Journal of Open Information Technologies, ISSN: 2307-8162, 2016, vol. 4, no. 12, pp. 47-52.
8. Bochkov A.V. RZhD NIIAS Ezhekvartalnoe setevoe nauchno-prakticheskoe izdanie, 2023, vol. 4, no. 28, pp. 3-17.
9. Yusi Zhang, Yong L. Towards spectral efficiency enhancement for IoT-aided smart transportation: a compressive OFDM transmission and regularized recovery approach. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2022, no. 29. doi: 10.1186/s13634-022-00843-w.
10. Drozdova V.G., Ahpashev R.V. Vestnik SibGUTI, 2018, no. 4, pp. 76-85.
11. Yücel G., Altun A.A. Comparative Performance Analyses of FFT Based OFDM and DWT Based OFDM Systems. Journal of New Results in Science, 2016, no. 12, pp. 272-287.
12. Artee Kumari Vats, Kuldeep Pandey. Comparative analysis of FFT OFDM and DWT OFDM for MIMO systems over Rayleigh fading channel. Journal of Engineering Technology and Medical Sciences, 2023, vol. 6, no. 3, pp. 40-43.

13. Kalmykov I.A., Chistousov N.K., Kalmykova N.I., Dukhovny D.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2023, no. 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273).
  14. Kalmykov, I.A., Dukhovnyj, D.V., Kalmykova, N.I. Development of a Mathematical Model for Performing the Haar Wavelet Transform in Parallel Modular Codes. Proceedings – 2023. International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2023, 2023, pp. 466-470.
  15. Ananda Mohan P.V. RNS-Based arithmetic circuits and applications, Arithmetic Circuits for DSP Applications. Ch. 6. eds. P.K. Meher, T. Stouraitis, John Wiley and Sons. Ltd, 2017, ISBN 9781119206804, pp. 186–236. doi: 4120.11106026/9781119206804.ch6.
  16. Cardarilli G.C., Nannarelli A., Re M. RNS applications in digital signal processing, Embedded Systems Design with Special Arithmetic and Number Systems, 2017, pp. 181-215. doi: 6160.1007/978-3-319-49742-6\_8.
  17. Gordenko D.V. Issledovaniya v oblasti estestvennyh nauk, 2013, no. 8. URL: [science.snauka.ru/2013/08/5288](http://science.snauka.ru/2013/08/5288).
  18. Kalmykov I.A., Chistousov N.K., Kalmykova N.I., Dukhovny D.V. Sovremennye naukoemkie tehnologii, 2024, no. 3, pp. 43-48.
  19. Kudrjashov B.D. Osnovy teorii kodirovaniya [Fundamentals of coding theory]. Sankt-Peterburg, BHV-Peterburg, 2016. 400 p.
  20. Ananda, Mohan. Residue Number Systems. Theory and Applications. Springer International Publishing Switzerland, 2016. 351 p.
  21. Omondi A. Residue Number Systems: Theory and Implementation. Imperial College Press, UK, 2007. 293 p.
  22. Chervyakov, N.I. Moduljarnye parallelnye vychislitelnye struktury nejroprocessornyh sistem [Modular parallel computing structures of neuroprocessor systems]. Moskva, FIZMATLIT, 2003. 288 p.
-

23. Akushsky I.Ya., Yuditsky D.I. Mashinnaja arifmetika v ostatochnyh klassah [Machine arithmetic in residual classes]. Moskva, Sovetskoe radio, 1968. 440 p.
24. Martynenko S.O., Krasnobaev V.A. Radioelektronika i informatika, 2010, no. 1, pp. 75-78.
25. Siora A.A., Krasnobaev V.A., Kharchenko V.S. Otkazoustojchivye sistemy s versionno-informacionnoj izbytochnostju [Fault-tolerant systems with version-information redundancy]. Kharkiv, KHAI, 2009, 321 p.
26. Chervjakov N. I., Nagornov N. N. Nauka. Innovacii. Tehnologii, 2015, no. 2, pp. 15-40.
27. Chervyakov N.I., Shaposhnikov A.V., Sakhnyuk P.A., Makokha A.N. Nejrokompjutery v ostatochnyh klassah [Neurocomputers in residual classes]. Moskva, Radiotekhnika, 2003. 272 p.
28. Vinogradov V.S., Korobitsyn V.V., Moskovtsev M.N. Matematicheskie struktury i modelirovanie, 2015, vol. 36, № 4, pp. 134-144.
29. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. Proceedings of ICC '93 - IEEE International Conference on Communications, 1993, vol. 2, pp. 1064-1070. doi: 10.1109/ICC.1993.397441.
30. Kalmykov I.A., Chistousov N.K., Kalmykova N.I., Duhovnyj D.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2023, № 9 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2023/8685](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2023/8685).
31. Efremenkov I.D., Kalmykov I.A. Programma issledovaniya svojstv dvoichnyh kodov sistemy ostatochnyh klassov v kanale svyazi s gruppirovaniem oshibok [A program for studying the properties of binary codes of the residual class system in the communication channel with error grouping]. Svidetelstvo o registracii [Certificate of the program registration] № 2024615863. Byulleten № 3



от 13.03.2024. 2024. URL: [fips.ru/iiss/document.xhtml?faces-redirect=true&id=b73d264e7c82d6003a72c221b7bd0d30](https://fips.ru/iiss/document.xhtml?faces-redirect=true&id=b73d264e7c82d6003a72c221b7bd0d30).

**Дата поступления: 20.06.2024**

**Дата публикации: 27.07.2024**