

## Анализ кривых, не представимых пересечением двух поверхностей в архитектурной бионике

*А.В. Иващенко, Д.А. Ким*

*Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет*

**Аннотация:** Статья посвящена исследованию кривых, не представимых пересечением двух поверхностей. В современной архитектурной практике очень часто отходят от классических форм, заменяя их сложными поверхностями. В последнее время наблюдается развитие такого архитектурного стиля, как архитектурная бионика или био-тек. Столкнувшись с проблемами устойчивого развития и его воздействия на окружающую среду, строительный сектор сталкивается с настоящей потребностью в инновациях. Архитектура представлена, как одна из многообещающих областей использования знаний, основанных на биологических исследованиях, и способных реагировать на текущие экологические проблемы. Действительно, многие виды животных и растений знают, как применять стратегии адаптации к окружающей среде и ее преобразованиям, формируя вместе с ней устойчивую экосистему. Технические достижения в наблюдении в очень малых масштабах позволяют получить более глубокие знания о том, как работает природа, и предлагают новый источник знаний и вдохновения для архитектуры.

**Ключевые слова:** архитектура, пространственные кривые, аксонометрические проекции кривых, заузленные кривые, бионика, биомимикрия, экоиновация.

Архитекторы всегда вдохновлялись природой, это происходит и сегодня и, несомненно, будет в будущем, но необходимо различать формальное био-вдохновение с эстетической или символической целью и био-вдохновение, целью которого является устойчивость здания или сооружения. Также необходимо различать среди биоинспирированных проектных мероприятий, направленных на устойчивость, те, которые действительно являются биомиметическими и могут привести к реальным инновациям. Кроме того, появлению новых взглядов на архитектурное формообразование зданий и сооружений способствуют существующие проблемы в экологической сфере, включая изменение климата, загрязнение окружающей среды и т.п. [1].

Примеров архитектурных произведений, вдохновленных природным устройством окружающего нас мира, достаточно. Однако, примеров, основанных на чисто биомиметической проектной деятельности не так много. То

же самое относится к исследовательской деятельности в области архитектурного дизайна, вдохновленного биотехнологиями. Некоторые из них направлены на разработку методологий или инструментов для архитектурного эко-дизайна, не обязательно являясь биомиметическими методологиями архитектурного проектирования. Существует большая терминологическая путаница из-за того, что термины из наук о жизни часто ассоциируются с определенными видами архитектурного проектирования (органическая архитектура, эволюционный дизайн, генетический дизайн и т. д.). При любом из вышеперечисленных видов проектирования, положительным фактом является то, что биопозитивные подходы в архитектуре способствуют исключению экологического и энергетического дисбаланса [2].

Специалисты по биомимикрии сходятся в том, что в настоящее время различают два возможных подхода: либо мы ищем в природе явления, способные ответить на вопросы устойчивого развития, и пытаемся перенести их в архитектуру, либо мы начинаем с архитектурных проблем и пытаемся найти в природе явления, которые мы могли бы передать. Эти два подхода требуют междисциплинарной деятельности, объединяющей биологов и архитекторов [3].

Стараясь описать все многообразие природных пространственных форм и моделей, применить их затем в практической плоскости, архитекторы сталкиваются с определенными проблемами [4]. Так, существует класс пространственных кривых, которые нельзя представить, как множество пересечения двух поверхностей. К таким кривым относятся, во-первых, фрактальные кривые и, во-вторых, заузленные кривые. Пространственные кривые изучаются с различных сторон дифференциальной геометрией, алгебраической геометрией, аналитической геометрией. Заузленные кривые – алгебраической топологией. Фрактальные кривые изучаются в рамках фрактальной геометрии. В начертательной геометрии основой работы с объектами является получение

---

их изображений (проекций). Поэтому возникает вопрос о том, каким образом получать эти изображения [5].

Фрактальные кривые в данной статье не рассматриваются, так как они не имеют аналитического представления, а также потому, что их изображения получают на использовании итерационных алгоритмов, что в обязательном порядке требует привлечения специального программного обеспечения [6].

Но заузленные кривые вполне доступно исследовать традиционными методами начертательной геометрии. Рассмотрим подробно эту проблему на простейшем из возможных трехмерных узлов – трилистнике.

Уравнение этой кривой в пространстве является параметрическим:

$$x = \sin[t] + 2 \sin[2t];$$

$$y = \cos[t] - 2 \cos[2t]; \quad [1]$$

$$z = -\sin[3t];$$

где  $x, y, z$  – координаты заданной точки в пространстве,  $t$  – параметр.

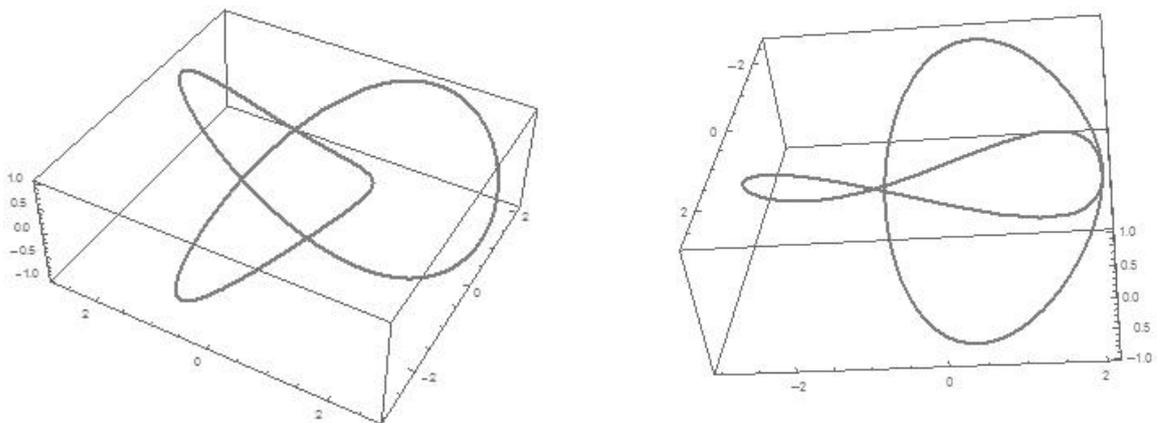


Рис. 1. Перспективное отображение заданной кривой (авторская разработка)

В связи с невозможностью по одной аксонометрической проекции наглядно представить форму подобных кривых, приведем различные перспективные проекции с разных точек зрения (рис 1).

Можно видеть, что представленные проекции не только не дают полного представления о пространственном поведении кривой, но даже нет возможности оценить степень изменения ее кривизны в различных точках, получить представление о точках перегиба, особых точках и т.п. При этом известно, что исследуемая кривая не имеет самопересечений [7]. Все точки пересечения на проекциях являются кажущимися. Привлечение взаимно ортогональных проекций несколько облегчает понимание, но не до конца – в данном случае на любой из проекций будут фиксироваться не менее трех различных пар конкурирующих точек, избавиться от которых принципиально невозможно.

Используя линии проекционной связи, в конечном итоге можно получить все три проекции любой точки, но процесс этот связан с перебором "ложных" проекций, поскольку линия проекционной связи, опущенная из фронтальной проекции кривой на ее горизонтальную проекцию, пересекает ее в четырех точках [8]. А если работать с линией проекционной связи, проведенной на профильную проекцию, то там будут шесть точек пересечения, из которых только одна правильна. Таким образом, значительно возрастает трудоемкость определения правильности формы кривой.

В смежных разделах геометрии (например, топологии) эту проблему решают, показывая условные разрывы нижнего фрагмента кривой на горизонтальной проекции, проходящего под верхним фрагментом в окрестности конкурирующих точек [9, 10]. Аналогичные разрывы вводят на других проекциях. Но в топологии изображения носят весьма приблизительный характер и являются вспомогательным средством для изложения идей, в то время как в начертательной геометрии и архитектуре изображения является основ-

---

ным предметом изучения. Прежде чем перейти к таким изображениям, как раз и нужно провести необходимый анализ.

На приведенных проекциях наиболее просто выглядит горизонтальная проекция. Сложность плоской кривой можно оценить количеством особых точек (точек пересечения, возврата, самокасания и т.д.). Вследствие этого, проекцию можно взять в качестве направляющей цилиндрической поверхности (поверхность  $\Pi_1$ ) (рис.2), которая, в пересечении с некими другими поверхностями, которые еще предстоит найти, могла бы дать исследуемую кривую по крайней мере, как компоненту некой кривой.

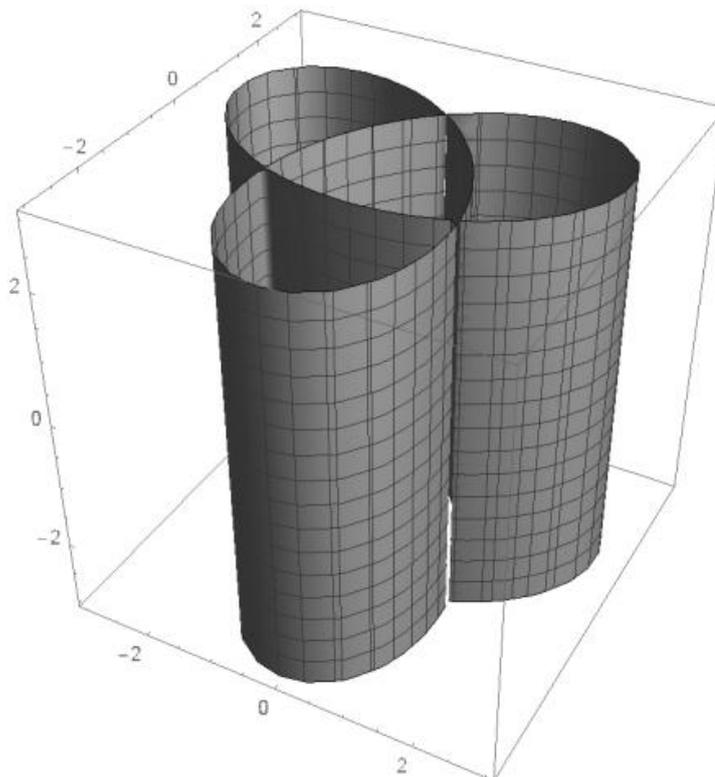


Рис. 2. Задание направляющей цилиндрической поверхности (авторская разработка)

При аналитическом подходе дальнейшие рассуждения применимы только к кривым, заузленным в торические узлы. Поскольку известно, что трилистник можно расположить на поверхности тора без самопересечений, вос-

пользуемся тором в качестве второй поверхности ( $\Pi_2$ ). В результате пересечения поверхностей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  получим некую пространственную кривую ( $K$ ), в составе которой можно будет найти нашу исходную кривую ( $K_1$ ) (рис.3).

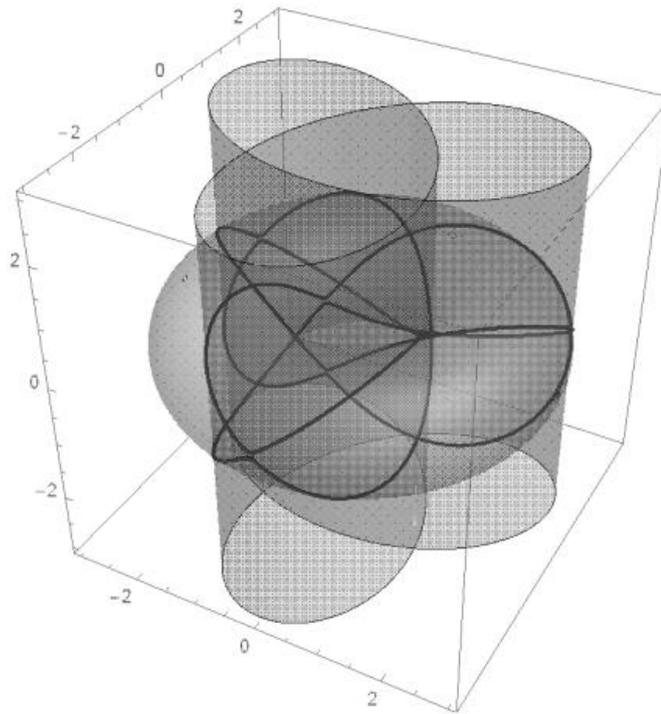


Рис. 3. Образование пространственной кривой  $K$

На рис.3 видно, что в результате пересечения  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  образуется пространственная кривая  $K$ , состоящая из искомой кривой ( $K_1$ ) и некоего дополнения к ней, представляющего также заузленную кривую ( $K_2$ ), и являющуюся трилистником, но зеркально отраженным от горизонтальной плоскости симметрии тора. Параметрические уравнения кривой  $K_2$  отличаются координатой  $z$ . Ортогональные проекции  $K_2$  совпадают по горизонтальной и профильной проекциям с проекциями  $K_1$ , а фронтальная проекция  $K_2$  зеркально симметрична с фронтальной проекцией  $K_1$  относительно вертикальной оси.

Остается исключить кривую  $K_2$  из кривой  $K$ , что представляет собой достаточно сложную процедуру, поскольку для этого необходимо привлечь

еще одну поверхность, линия пересечения которой с П1 и П2 частично совпадает с К, а частично не совпадает.

Наиболее очевидный вариант решения проблемы заключается в том, чтобы рассматривать не всю кривую целиком, а разбить ее на несколько участков и анализировать каждый участок отдельно от других. Начинать разбиение на фрагменты можно с любой точки, но необходимо придерживаться того принципа, чтобы в каждом фрагменте не было конкурирующих точек на разных проекциях.

Кривую К1 естественным образом можно разбить на три фрагмента, каждый из которых не содержит кажущихся двойных точек. Затем можно совместить все фрагменты кривой на одном чертеже Монжа, обозначив каждый фрагмент либо особым цветом, либо типом линии (рис. 4).

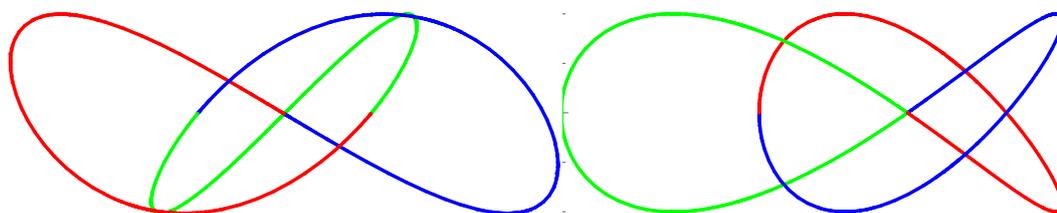


Рис. 4. Фрагменты кривой, обозначенные разными цветами (авторская разработка)

В этом подходе исключается перебор ложных проекций, поскольку проекции точки будут принадлежать фрагменту одного цвета.

Заузленные кривые достаточно часто встречаются в архитектуре и дизайне, особенно, касающихся биомиметического направления, поэтому анализ формы является достаточно актуальным. В частности, чем сложнее кривая, тем богаче спектр ее двумерных проекций.

В статье предложено представление замкнутых заузленных кривых для дальнейшего анализа методами начертательной геометрии с введением дополнительного параметра – цвета фрагмента кривой. Это позволяет уменьшить трудоемкость анализа формы и работы с подобными кривыми при проектировании зданий и сооружений сложных форм.

### Литература

1. Бахтина А.А., Гулямов Б.А., Гиясов А.И. Биоархитектура – современный взгляд на подземное строительство // Инженерный вестник Дона, 2019, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5670](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5670)
2. Григорян М.Н., Сайбель А.В. Архитектурная экология. Энергоэффективное строительство // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 (ч.2). URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1374](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1374)
3. Жандарова А.А., Денисенко Е.В. Историко-теоретические аспекты развития биоархитектуры. Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2019. №1(47). С. 18-25.
4. Османкина Г.Ю. Образ линий в современном дизайне. Научное признание 2019. сборник статей Международного научно- исследовательского конкурса. 2019. С. 46-53.
5. Imani M., Donn M., Balador Z. Bio-inspired materials: contribution of biology to energy efficiency of buildings. Handbook of Ecomaterials. 2019. pp. 2213-2236.
6. Савельев В.М. Заузленные сферы постоянного отношения с конической профильной кривой. Вестник Луганского государственного университета имени Владимира Даля. 2020. №11(41). С. 181-182.
7. Banakh T., Belegardek I. Spaces of nonnegatively curved surfaces. Journal of the Mathematical society of Japan. 2018. V.70. №2. pp. 733-756.

8. Абдыманапов У. Геометрия абсолютных (диких) узлов и кос в трехмерном паутинном пространстве. Международный научно-исследовательский журнал. 2021. №1-1 (103). С. 6-21.
9. Dumitrescu C., Giurea D., Anghel A.A. Architectural forms based on thin curved slabs. 3rd International Multidisciplinary Scientific Conference on Social Sciences and Arts SGEM 2016. Sofia, 2016. pp. 73-80
10. Матвеев С.В. Пример неоднозначности разложения трехмерного геометрического объекта. Челябинский физико-математический журнал. 2019. Т.4. №3. С. 265-275.

### References

1. Bahtina A.A., Gulyamov B.A., Giyasov A.I. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5670](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5670)
2. Grigoryan M.N., Saybel' A.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2012, №4 (p.2). URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1374](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1374)
3. Zhandarova A.A., Denisenko E.V. Izvestiya Kazanskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. 2019. №1 (47). pp. 18-25.
4. Osmankina G.Yu. Sbornik statej Mezhdunarodnogo nauchno-issledovatel'skogo konkursa. 2019. pp. 46-53.
5. Imani M., Donn M., Balador Z. Handbook of Ecomaterials. 2019. pp. 2213-2236.
6. Savel'ev V.M. Vestnik Luganskogo gosudarstvennogo universiteta imeni Vladimira Dalja. 2020. №11 (41). pp. 181-182.
7. Banakh T., Belegradek I. Journal of the Mathematical society of Japan. 2018. V.70. №2. pp. 733-756.
8. Abdymanapov U. Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal. 2021. №1-1 (103). pp. 6-21.



9. Dumitrescu C., Giurea D., Anghel A.A. 3-rd International Multidisciplinary Scientific Conference on Social Sciences and Arts SGEM 2016. Sofia, 2016. pp. 73-80
10. Matveev S.V. Chelyabinskij fiziko-matematicheskij zhurnal. 2019. V.4. №3. pp. 265-275.