

Противотоковые течения во вращающемся гелии II

И.Н. Мощенко¹, В.К. Яценко¹, И.Ф. Бугаян², Е.В. Пирогов¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

²Донской государственный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В работе рассмотрены течения, возбуждаемые центробежными силами в гелии II снаружи от вращающегося цилиндра. Анализ проводился в рамках двухжидкостной теории Ландау, в приближении плоской несжимаемой жидкости. Выявлено двухпараметрическое семейство решений уравнений движения, в которых для нормальной составляющей центробежные силы полностью скомпенсированы противотоковыми (по нормальному и сверхтекучему компонентам) течениями. По предварительным оценкам наиболее устойчивым из них является течение, в котором также скомпенсированы и силы давления в сверхпроводящей части. Полученные результаты показывают, что при анализе вращений гелий II необходимо учитывать противотоковые неустойчивости.

Ключевые слова: гелий II, вращающийся цилиндр, двухжидкостная теория, противотоковые течения, устойчивость, центробежные силы, компенсация давления.

В гелии II в зависимости от условий возбуждения наблюдается либо сверхтекучее, либо обычное вязкое, либо одновременно и те, и другие движения [1-4]. В последнем случае условия неразрывности выполняются не для сверхтекучей и нормальной составляющих в отдельности, а только в совокупности. Это приводит к новым разновидностям движений, которые не существуют в обычных жидкостях. К примеру, противотоковым течениям, в которых нет переноса массы, но есть перенос тепла, импульса и т.д. По отдельности, как для сверхтекучей так и нормальной составляющих, масса переносится. Но эти потоки направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируют общий перенос. Собственно говоря, именно из-за таких конвекционных противотоков, возникающих в гелии при низких температурах, впервые было обращено внимание на необычные свойства этой жидкости [3,4].

При понижении температуры ниже λ точки внешний вид гелия в сосуде сильно менялся. Исчезало кипение, обычно наблюдаемое в сжиженных газах, жидкость становилась однородной и спокойной. Вскоре

было понято, что это связано со сменой типа теплопроводности. Обычная теплопроводность сменялась на конвективную (обеспечиваемую противотоковыми движениями), которая на несколько порядков выше [3,4]. Такой тип конвективного движения в поле температурных градиентов был хорошо изучен, как теоретически, так и экспериментально. Исследовались и стационарные режимы движения, и периодические. В частности вначале теоретически было показана возможность существования волн второго звука, представляющих колебательные противотоковые движения, а потом они были обнаружены экспериментально [1,2].

Следует отметить, что в нормальных жидкостях второй звук не возбуждается. Да и стационарные конвективные потоки в гелии II сильно отличаются от обычной тепловой конвекции. Последняя наблюдается в поле тяжести, и обусловлена зависимостью плотности от температуры. Противотоковые течения в гелии II имеют другую природу, и выравнивают температуру не только в вертикальном (в поле тяжести) направлении, но и горизонтальном. Кроме того, механизм теплопроводности в гелии II не похож на обычное перемешивание жидкости нормальной тепловой конвекцией. Теоретические оценки показывают, что даже с учетом нулевой вязкости сверхтекучей составляющей и высоких скоростей такое перемешивание не обеспечит экспериментально наблюдаемую теплопроводность [3,4]. Здесь существенно, что в движении одновременно участвуют обе составляющие, нормальная и сверхтекучая, и происходит изменение баланса между ними, приводящее к изменению температуры. Детальный механизм такой теплопроводности довольно сложен и полностью был понят только в рамках теории сверхтекучести Ландау, более подробно на этом останавливаться не будем, отсылая читателей к первоисточникам [1,2].

Несмотря на все вышесказанное, связь между обычной тепловой конвекцией и противотоками в гелии II существует. Там, где в нормальной

жидкости возникают тепловые потоки, в гелии II следует ожидать противотоковые течения. Конечно не при тех же самых конкретных условиях (условия даже нельзя сравнивать), а всего лишь в методическом ракурсе. Исходя из общих соображений, такую связь можно обобщить и на иные неустойчивости жидкостей, возникающих в других неоднородных полях. К примеру, в поле центробежных сил.

При вращении эта сила пытается отжать жидкость от центра, но этому препятствуют вышележащие по радиусу слои и неразрывность последней. В результате в жидкости развивается соответствующее давление. В принципе оно может быть снято за счет возникновения замкнутых потоков, но при относительно небольшой скорости вращения выигрыш в кинетической энергии потока меньше проигрыша за счет вязкой диссипации и такие потоки не реализуются. Устойчивым остается самое высокосимметричное течение [1,5,6], однородное вдоль как оси вращения, так и азимутального направления. При большей скорости вращения, когда выигрыш в приросте кинетической энергии становится больше проигрыша, оно теряет устойчивость, и реализуется неоднородное вдоль оси вращения течение (замкнутые ячейки Тейлора, напоминающие по форме конвективные). Дальнейшее увеличение скорости вращения делает неустойчивым и его, в пользу более сложных и неоднородных потоков, и так несколько раз [5,6], вплоть до возникновения турбулентного режима.

В гелии II условия неразрывности не препятствуют возникновению противотоковых течений, за счет которых давление центробежных сил в нормальной составляющей может быть снято раньше, чем разовьется неустойчивость Тейлора. Исследованию таких течений и посвящена настоящая работа. Следует отметить, что вращательным процессам в гелии уделялось и уделяется большое внимание [1,2,7-9]. Однако при этом

основной упор делался на вращение сверхтекучей составляющей, образование в ней поля вихрей, квантование последних и т.д.

Актуальность исследования противотоковых течений во вращающемся гелии обусловлена не только чисто теоретическим интересом, но и практической потребностью. Начиная с пионерской работы Э.Л. Андроникашвили, для фиксации и исследования фазовых переходов в гелии часто использовали торсионные осцилляторы различных модификаций [10,11], в которых вполне возможно развитие вышеуказанных неустойчивостей. Кроме того, сравнительно недавно был открыт новый физический эффект – динамической электрической поляризации гелия II [12]. Он наблюдался при тепловом возбуждении волн второго звука в резонаторе, которые представляют собой чисто противотоковые колебательные движения. А также при торсионных колебаниях цилиндра с гелием (как объемное, так и пленочное заполнение). Вполне возможно, что и во втором случае в системе под действием центробежных сил развивались противотоковые колебания и именно они приводили к указанному эффекту.

В настоящей работе такие противотоковые колебания мы рассматривать не будем, ограничимся более простым стационарным случаем. Исследуем стационарные противотоковые течения во вращающемся гелии II. В жидкостях вращение обычно инициируется крутящимися цилиндрами. Наиболее полно исследована задача о движении вязкой жидкости между двумя вращающимися цилиндрами (так называемое течение Куэтта) [1,5,6]. Для нее получены аналитические решения для ламинарного течения, исследована потеря его устойчивости и переход в различные вихревые режимы, вплоть до турбулентного [1,5,6]. В свое время эти исследования дали большой толчок для развития теории устойчивости жидкости [1,5,6]. Кроме того, полученные результаты нашли широкое практическое применение для расчетов радиальных подшипников скольжения [13,14].

Анализ вязких течений между вращающимися цилиндрами проводился в приближении несжимаемой жидкости. При этом само ламинарное течение Куэтта рассматривалось для плоской двумерной задачи. Мы также ограничимся этими двумя приближениями. Фактически это означает, что мы рассматриваем ситуацию, когда характерные размеры задачи больше длин волн первого и второго звука, и пренебрегаем концевыми эффектами на краях цилиндров. Для дальнейшего упрощения в настоящей работе мы исследуем внешние течения, возбуждаемые в гелии II только одним вращающимся цилиндром. Для идеальной нормальной жидкости такое течение неустойчиво, вязкость его стабилизирует при малых скоростях вращения [5,6]. Для гелий II в такой ситуации вполне вероятно развитие противотоковых течений.

В соответствии с двухжидкостной теорией сверхтекучести Ландау [1,2] поведение системы описывается двумя наборами давления, плотности и скорости $p_{s,n}$, $\rho_{s,n}$, $\mathbf{v}_{s,n}$ (индексом s обозначены величины, относящиеся к сверхтекучей составляющей, n – к нормальной, здесь и далее жирным шрифтом отмечены векторные величины). При этом реально наблюдаемыми являются полное давление, плотность массы и плотность потока импульса (p, ρ, \mathbf{j}) гелия, представляющие соответствующие суммы по компонентам ($p = p_s + p_n$, $\rho = \rho_s + \rho_n$, $\mathbf{j} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n$).

В приближении несжимаемой жидкости гидродинамические уравнения распадаются на два набора [1,2]. Течение нормального компонента описывается также как и обыкновенная вязкая жидкость - уравнениями Навье-Стокса:

$$\frac{\partial v_{nr}}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \nabla) v_{nr} - \frac{v_{n\varphi}^2}{r} = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_n}{\partial r} + \nu (\Delta v_{nr} - \frac{v_{nr}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_{n\varphi}}{\partial \varphi}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_{n\varphi}}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \nabla) v_{n\varphi} + \frac{v_{nr} v_{n\varphi}}{r} = -\frac{1}{\rho_n r} \frac{\partial p_n}{\partial \varphi} + \nu (\Delta v_{n\varphi} - \frac{v_{n\varphi}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_{nr}}{\partial \varphi}), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_{nz}}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \nabla) v_{nz} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p_n}{\partial z} + \nu \Delta v_{nz}. \quad (3)$$

Они приведены в цилиндрической системе координат (r, φ, z) , ν – динамическая вязкость.

Сверхтекучая составляющая удовлетворяет уравнениям Эйлера, которые могут быть получены из (1-3) занулением вязких слагаемых:

$$\frac{\partial v_{sr}}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \nabla) v_{sr} - \frac{v_{\varphi s}^2}{r} = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_s}{\partial r}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_{s\varphi}}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \nabla) v_{s\varphi} + \frac{v_{vr} v_{v\varphi}}{r} = -\frac{1}{\rho_s r} \frac{\partial p_s}{\partial \varphi}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_{sz}}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \nabla) v_z = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_s}{\partial z}, \quad (6)$$

Решения этих двух наборов объединяются уравнением неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{j}) = 0, \quad (7)$$

В приближении несжимаемой жидкости

$$\operatorname{div}(\mathbf{j}) = 0. \quad (8)$$

При этом, как мы уже отмечали, по отдельности для каждой составляющей такое уравнение не выполняется.

Для стационарного высокосимметричного (по угловой переменной) двумерного течения параметры не зависят от z и φ . Тогда для нормальной составляющей уравнения (1-3) переходят в

$$v_{nr} \frac{\partial}{\partial r} v_{nr} - \frac{v_{n\varphi}^2}{r} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p_n}{\partial r} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} v_{nr} \right) - \frac{v_{nr}}{r^2} \right), \quad (9)$$

$$v_{nr} \left(\frac{\partial}{\partial r} v_{n\varphi} + \frac{v_{n\varphi}}{r} \right) = \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} v_{n\varphi} \right) - \frac{v_{n\varphi}}{r^2} \right), \quad (10)$$

здесь мы развернули операторы и расписали скалярное произведение.

Эти уравнения точно такие же, как и для обычной жидкости и одним из возможных их решений является течение Куэтта:

$$v_{n\varphi} = ar + \frac{b}{r}, \quad (11)$$

$$v_{nr} = 0, \quad (12)$$

где постоянные a и b находятся из граничных условий. У нас скорость на бесконечности должна зануляться, а на поверхности цилиндра ($r=R_l$) ее

тангенциальная составляющая совпадает со скоростью самого цилиндра.

Отсюда скорость течения (11) конкретизируется

$$v_{n\varphi} = \frac{\Omega_1 R_1^2}{r}, \quad (11a)$$

$$v_{nr} = 0, \quad (12a)$$

где Ω_1 – угловая скорость вращения цилиндра.

Подставляя (11a, 12a) в (9) и решая его, определим поведение давления

$$p_n = p_0 - \rho_n \frac{\Omega_1^2 R_1^4}{2r^2}. \quad (13)$$

Оно минимально на поверхности цилиндра и растет до величины внешнего давления на бесконечности p_0 . Это конечно проявление центробежных сил, пытающихся отжать слои жидкости на периферию.

Полученные решения (11a, 12a, 13) описывают течение вокруг вращающегося цилиндра в гелии при температурах выше λ точки. Ниже точки фазового перехода, в гелии возникают сверхтекучие свойства и появляются две составляющие. В принципе эти решения теперь удовлетворяют уравнениям движения по прежнему, для вязкого компонента.

В отличие от обычной жидкости, в гелии II перпендикулярная к границе цилиндра составляющая скорости не обязательно равна нулю. Здесь должен исчезать только суммарный нормальный поток масс. Поэтому условия (12 или 12a) излишни. Найдем новое решение для нормальной вязкой составляющей, при котором угловая скорость останется в прежнем виде (11a), но появится ненулевая радиальная скорость потока. Для такого решения уравнение (10) будет удовлетворяться автоматически, а (9) перейдет в

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{nr}^2}{2} + \frac{\Omega_1^2 R_1^4}{2r^2} \right) = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p_n}{\partial r} + v \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} v_{nr} \right) - \frac{v_{nr}}{r^2} \right), \quad (14)$$

Здесь у нас две переменные, скорость и давление и имеется определенный произвол. Будем искать решение для радиального компонента скорости из условий зануления правой части (14)

$$v_{nr} = \sqrt{\left(K - \frac{\Omega_1^2 R_1^4}{r^2}\right)}, \quad (15)$$

где K положительная константа, удовлетворяющая неравенству

$$K \geq \Omega_1^2 R_1^2. \quad (16)$$

Давление найдем из оставшейся части уравнения (14)

$$0 = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p_n}{\partial r} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} v_{nr} \right) - \frac{v_{nr}}{r^2} \right). \quad (17)$$

Которое легко интегрируется

$$p_n = p_{n0} + \eta \int_{R_1}^r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} v_{nr} \right) - \frac{v_{nr}}{r^2} \right) dr, \quad (18)$$

где $\eta = \nu / \rho_n$ – кинематическая вязкость, p_{n0} – некоторая константа.

Второе слагаемое связано с диссипативными потерями в жидкости. Оценки показывают, что эти потери тем больше, чем больше радиальная скорость. И для найденного семейства решений (15) наименьшая диссипация будет при минимальном значении постоянной K . В соответствии с энергетической теорией устойчивости течений [5,6] можно ожидать, что такое течение будет наиболее устойчивым. Радиальная скорость его

$$v_{nr} = \Omega_1 R_1 \sqrt{\left(1 - \frac{R_1^2}{r^2}\right)}. \quad (19)$$

Следует отметить, что вязкость гелия очень мала, и в (18) давление практически постоянно p_{n0} . Но оно не равно внешнему, так как сверхтекучая составляющая дает еще свой вклад.

Для нее решения гидродинамических уравнений (4-6) будем искать в тех же приближениях, что и для нормального компонента. При этом уравнения для стационарного плоского высокосимметричного (по угловой координате) сверхтекучего течения могут быть получены из (9, 10) отбрасыванием вязких слагаемых

$$v_{sr} \frac{\partial}{\partial r} v_{sr} - \frac{v_{s\varphi}^2}{r} = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_s}{\partial r}, \quad (20)$$

$$v_{sr} \left(\frac{\partial}{\partial r} v_{s\varphi} + \frac{v_{s\varphi}}{r} \right) = 0. \quad (21)$$

Мы рассматриваем противотоковые течения. Для них нормальное течение уже задает радиальный компонент скорости для сверхтекучей составляющей (по условиям неразрывности жидкости)

$$v_{sr} = -\frac{\rho_n}{\rho_s} v_{nr}, \quad (22)$$

где v_{nr} определяется из (15) либо (19), знак минус означает противоположность сверхтекучего потока нормальному.

Общее решение уравнения (21) при $v_{sr} \neq 0$

$$v_{s\varphi} = \frac{D}{r}, \quad (23)$$

где D – некоторая константа.

Для определения сверхпроводящей части давления p_s подставим (22, 23) в (20) и решим его, получим

$$p_s = p_{s0} + \frac{\rho_s}{2r^2} \left(\left(\frac{\rho_n}{\rho_s} \right)^2 \Omega_1^2 R_1^4 - D^2 \right), \quad (24)$$

где p_{s0} – вторая часть внешнего давления в жидкости на бесконечности.

Для сверхтекучей составляющей мы получили семейство решений (22 - 24) удовлетворяющих как условиям неразрывности жидкости (8), так и уравнениям движения (4-6). Нужно исследовать еще потенциальность этих движений. В нашем случае ротор имеет только Z составляющую

$$(\text{rot} \vec{v})_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi}.$$

И она равна нулю, т.е. все полученные решения потенциальны.

Из всего семейства этих решений для одной части радиальный градиент давления отрицательный (при $D < (\rho_n / \rho_s) \Omega_1 R_1^2$), для второй части – положительный (при $D > (\rho_n / \rho_s) \Omega_1 R_1^2$). В одном решении, соответствующем

$$D = \left(\frac{\rho_n}{\rho_s} \right) \Omega_1 R_1^2, \quad (25)$$

$$v_{s\varphi} = \left(\frac{\rho_n}{\rho_s} \right) \frac{\Omega_1 R_1^2}{r}, \quad (26)$$

градиент отсутствует. Для него центробежная сила и сила отдачи радиального потока полностью компенсируют друг друга. Для этого течения потенциальная энергия давлений полностью перешла в кинетическую

энергию потока и на наш взгляд оно будет наиболее устойчивым из всего семейства.

В заключении статьи кратко подытожим полученные результаты. Мы рассматривали течения, индуцируемые в гелии II снаружи вращающегося цилиндра. Исследовалась возможность развития противотоковых (по нормальной и сверхтекучей составляющей) течений, компенсирующих центробежную силу, возникающую при вращении нормального компонента. Получено двухпараметрическое семейство решений, описывающих такие течения.

Для нормальной составляющей это семейство однопараметрическое, задаваемое переменной K

$$v_{n\varphi} = \frac{\Omega_1 R_1^2}{r}. \quad (11a)$$

$$v_{nr} = \sqrt{\left(K - \frac{\Omega_1^2 R_1^4}{r^2}\right)}. \quad (15)$$

$$K \geq \Omega_1^2 R_1^2. \quad (16)$$

$$p_n = p_{n0} + \eta \int_{R_1}^r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} v_{nr} \right) - \frac{v_{nr}}{r^2} \right) dr. \quad (18)$$

Для сверхтекучего компонента оно двухпараметрическое (определяемое переменными K и D)

$$v_{s\varphi} = \frac{D}{r}. \quad (23)$$

D – любое.

$$v_{sr} = -\frac{\rho_n}{\rho_s} v_{nr}. \quad (22)$$

$$p_s = p_{s0} + \frac{\rho_s}{2r^2} \left(\left(\frac{\rho_n}{\rho_s} \right)^2 \Omega_1^2 R_1^4 - D^2 \right). \quad (24)$$

Здесь мы для удобства восприятия повторили выше полученные формулы вместе, оставив старую нумерацию.

Проведенные оценки показали, что из этого семейства наиболее устойчивым является течение, с минимальной радиальной скоростью нормального компонента ($K = \Omega_1^2 R_1^2$) и отсутствия градиента давления для сверхтекучей составляющей ($D = (\rho_n / \rho_s) \Omega_1 R_1^2$)

$$v_{n\varphi} = \frac{\Omega_1 R_1^2}{r}. \quad (11a)$$

$$v_{nr} = \Omega_1 R_1 \sqrt{\left(1 - \frac{R_1^2}{r^2}\right)}. \quad (19)$$

$$p_n = p_{n0} + \eta \int_{R_1}^r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} v_{nr} \right) - \frac{v_{nr}}{r^2} \right) dr. \quad (18)$$

$$v_{s\varphi} = \left(\frac{\rho_n}{\rho_s} \right) \frac{\Omega_1 R_1^2}{r}, \quad (26)$$

$$v_{sr} = - \frac{\rho_n}{\rho_s} v_{nr}. \quad (22)$$

$$p_s = p_{s0}. \quad (27)$$

Следует отметить, что разбиение давления по сверхтекучей и нормальной частям задано с точностью до константы. Для постоянных p_{n0} и p_{s0} только их сумма равна внешнему давлению ($p_0 = p_{n0} + p_{s0}$). Но ситуация с произволом в выборе точки отсчета давления для жидкости встречается повсеместно, во все гидродинамические уравнения входит только градиент давления.

Оценки устойчивости семейства полученных течений мы проводили по энергетической теории [13,14], и они носят предварительный характер. Здесь нужен более детальный анализ, который предполагается провести в дальнейшем. В частности, мы не исследовали устойчивость самого сверхтекучего состояния. Как было показано еще в пионерских работах [1,2], это состояние наблюдается только при относительно небольших скоростях течений. Существует критическая скорость $v_{кр}$, выше которой сверхтекучесть исчезает. В нашей задаче скорость сверхтекучей составляющей пропорциональна нормальной скорости и отношению плотностей (ρ_n/ρ_s). Для рассмотренного двухпараметрического семейства наименьшие скорости нормального течения наблюдаются для решений с минимальным значением параметра K , и для него будет наиболее устойчиво само сверхтекучее состояние. Это дополнительный аргумент в пользу высказанного нами предположения, о том, что из этого семейства максимально устойчиво течение (11a, 19, 18, 26, 22, 27).

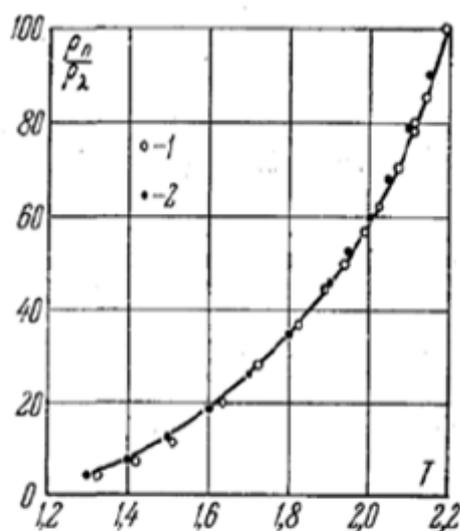
Для этого течения наибольшая сверхтекучая скорость может быть оценена следующим образом

$$|v_s|_{max} = \sqrt{2} \left(\frac{\rho_n}{\rho_s} \right) \Omega_1 R_1. \quad (26)$$

Плотности нормальной и сверхтекучей составляющей зависят от температуры. В точке фазового перехода сверхтекучая плотность равна нулю, с понижением температуры она растет до плотности всего гелия. Для нормального компонента наоборот, плотность падает с охлаждением до нуля. Их отношение (ρ_n/ρ_s) очень велико в некоторой окрестности λ точки, вне ее падает с понижением температуры. В этой окрестности скорости сверхтекучих составляющих противотоков принимают большие значения, могут превысить критические, и противотоковые течения не будут реализовываться. Отметим, что эта температурная область сравнительно узкая.

На рисунке 1, взятом из [15] приведено температурное поведение относительной плотности нормальной составляющей (отношение нормальной плотности к плотности в λ -точке при давлении насыщенных паров). Фазовый переход при давлении насыщенных паров происходит при 2,17 К, уже при 2,1 К коэффициент увеличения сверхтекучей скорости по сравнению с нормальной всего 4, при 2 градусах – 1,5, а при 1,9 К близок к 1. Ниже 1,9 градусов скорость сверхтекучего движения становится даже ниже нормальной. Возьмем для оценки диапазона нарушения сверхтекучести критическую скорость порядка 20 см/сек. Тогда для цилиндра радиуса 1 см, вращающегося со скоростью 190 об/мин этот диапазон 1,9 – 2,17 К, для скорости 60 об/мин уже 2,1 – 2,17 К. Конечно это очень грубые оценки. Фактические данные, приводимые по оценке критических скоростей очень противоречивы. Скорости сильно зависят от конкретных условий (к примеру, для тонких капилляров и щелей они выше, чем для движений в больших объемах, сильная шероховатость контактируемых с гелием поверхностей их

уменьшает и т.д.). Физическая природа такого поведения состоит в возникновении квантованных вихревых колец и нитей [1,2] и нарушении в них сверхтекучести. Все это необходимо учитывать при более детальном исследовании пределов применимости полученных нами результатов, что и предполагается провести в дальнейшем.



Температурная зависимость плотности нормальной компоненты ($\rho_n/\rho_\lambda, \%$ — $T, \text{ }^\circ\text{K}$; 1 — экспериментальные данные Э. Л. Андроникашвили; 2 — В. П. Пешкова).

Рис. 1. Экспериментальные данные по температурной зависимости ρ_n плотности гелия [17]. ρ_λ — плотность жидкого гелия в λ -точке при давлении насыщенных паров.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Т. VI. Гидродинамика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 736 с.
2. Халатников И.М. Теория сверхтекучести. М.: Наука, 1971. 220 с.
3. Капица П. Л. ЭКСПЕРИМЕНТ. ТЕОРИЯ. ПРАКТИКА. ПРОБЛЕМЫ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ. Доклад на Общем собрании Академии наук СССР 1940.



URL: vitart.ru/kapitsa/1-3-Problems_of_liquid_helium.html. Дата обращения 5.05.2018.

4. Капица П.Л. Сверхтекучесть гелия-II. Успехи физических наук. 1967. Т. 93. С. 481–494.

5. Joseph D.D. Stability of fluid motions I. Vol. 27. Springer Science & Business Media, 2013. 282 p.

6. Joseph D.D. Stability of fluid motions II. Springer Tracts in Natural Philosophy Vol. 28. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, New York. 1976. 276 p.

7. Hall H. E., Vinen W. F. The rotation of liquid helium II II. The theory of mutual friction in uniformly rotating helium II. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1956. DOI:10.1098/rspa.1956.0215.

8. Нацик В.Д. Действие электрического поля на квантовые вихри в He II. Физика низких температур, 2007, Т. 33, № 12, с. 1319–1330.

9. Гриценко И.А. Режимы ламинарного и турбулентного течения гелия и его изотопического раствора при низких температурах. Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.ф.-м.н. Харьков. Копи центр «Моделист». 2016 г. 20 с.

10. Андроникашвили Э.Л. Воспоминания о жидком гелии. Тбилиси: Ганатлеба. 1980. 336 с.

11. Berthold J.E., Bisho D.J., and Reppy J.D. Superfluid Transition of ^4He Films Adsorbed on Porous Vycor Glass. Phys. Rev. Lett. 1977.V. 39, No. 6. Pp. 348-352.

12. Рыбалко А.С., Рубец С.П. Наблюдение механоэлектрического эффекта в He II. Физика низких температур, 2005, т. 31, № 7, с. 820–825.

13. Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Лагунова Е.О., Солоп К.С. Расчетная модель радиального подшипника скольжения с повышенной несущей способностью, работающего на микрополярной смазке с учетом ее

вязкостных характеристик от давления. Инженерный вестник Дона, 2009, №1
URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2200.

14. Мукутадзе М.А. Расчетная модель с учетом зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления трехслойной гидродинамической смазки радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами. Инженерный вестник Дона, 2014, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2324.

15. Андроникашвили З.Л., Зиновьева К.Н., Мамаладзе Ю.Г., Питаевский Л.П. Свойства квантовой жидкости. В сб. Механика в СССР за 50 лет. Том 2. Механика жидкости и газа. М: Наука. 1970. С. 649-707.

References

1. Landau L.D., Lifshicz E.M. Teoreticheskaya fizika: V. VI. Hidrodinamika [Theoretical physics: Vol. VI. Hydrodynamics]. М.: Fizmatlit. 2001. 736 p.

2. Xalatnikov I.M. Teoriya sverxtekuchesti [The theory of superfluidity]. М.: Nauka, 1971. 220 p.

3. Kapicza P. L. E`ksperiment. Teoriya. Praktika. Problemy` zhidkogo geliya. Doklad na Obshhem sobranii Akademii nauk SSSR 1940 [Experiment. Theory. Practice. The problems of liquid helium. A report to the General meeting of the Academy of Sciences of the USSR in 1940]. URL: vitart.ru/kapitsa/1-3-Problems_of_liquid_helium.html. Date of access: 5.05.2018.

4. Kapicza P.L. Uspexi fizicheskix nauk. 1967. V. 93. P. 481–494.

5. Joseph D.D. Stability of fluid motions I. Vol. 27. Springer Science & Business Media, 2013. 282 p.

6. Joseph D.D. Stability of fluid motions II. Springer Tracts in Natural Philosophy Vol. 28. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, New York. 1976. 276 p.

7. Hall H. E., Vinen W. F. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1956. DOI:10.1098/rspa.1956.0215.
8. Nacik V.D. Fizika nizkix temperatur, 2007, V. 33, № 12, P. 1319–1330.
9. Gricenko I.A. Rezhimy` laminarnogo i turbulentnogo techeniya geliya i ego izotopicheskogo rastvora pri nizkix temperaturax [Regimes of laminar and turbulent flow of helium and its isotopic solution at low temperatures]. Avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni k.f.-m.n. Xar`kov. Kopi centr «Modelist». 2016. 20 p.
10. Andronikashvili E`.L. Vospominaniya o zhidkom gelii [Memories of liquid helium]. Tbilisi: Ganatleba. 1980. 336 p.
11. Berthold J.E., Bisho D.J., and Reppy J.D. Phys. Rev. Lett. 1977.V. 39, No. 6. Pp. 348-352.
12. Ry`balko A.S., Rubecz S.P. Fizika nizkix temperatur, 2005. V. 31, № 7. P. 820–825. Mukutadze M.A.
13. Axverdiev K.S., Mukutadze M.A., Lagunova E.O., Solop K.S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2200.
14. Mukutadze M.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2324.
15. Andronikashvili 3.L., Zinov`eva K.N., Mamaladze Yu.G., Pitaevskij L.P. Mexanika v SSSR za 50 let. Tom 2. Mexanika zhidkosti i gaza. M: Nauka. 1970. P. 649-707.