

## Эффект фотонного увлечения электронов в полупроводниковой квантовой проволоке с водородоподобными примесными центрами и кейновским законом дисперсии

*Е.Н. Калинин, А.В. Калинина*

*Пензенский государственный университет, Пенза*

**Аннотация:** В работе рассматривается эффект увлечения электронов фотонами в InSb квантовой проволоке (КП) с примесными центрами описываемыми в рамках водородоподобной модели с учетом непараболичности закона дисперсии носителей заряда. КП находится в однородном магнитном поле, направленном вдоль ее оси. В дипольном приближении, в приближении эффективной массы была получена аналитическая зависимость плотности тока фотонного увлечения от энергии фотона, параметров КП и параметра  $s$ , характеризующего непараболичность закона дисперсии. Предполагалось, что в зоне проводимости электроны испытывают упругое рассеяние на примесях, описываемых моделью короткодействующего потенциала. Показано, что учет непараболичности закона дисперсии приводит к существенной динамике порога спектральной кривой. Обсуждается возможность использования эффекта увлечения электронов фотонами для разработки фотоприемников оптического излучения.

**Ключевые слова:** эффект увлечения электронов фотонами, квантовая проволока, водородоподобные примесные центры, ток увлечения, дипольное приближение.

### Введение

Одной из разновидностей фотовольтаического эффекта в полупроводниках является эффект увлечения электронов (ЭУЭ) фотонами. Данный эффект был открыт в [1,2], и теоретически был исследован в работах [3,4]. ЭУЭ фотонами связан с передачей электронам импульса фотонами в процессе поглощения электромагнитной волны системой электронов. Данный эффект доступен для экспериментального наблюдения при достаточно больших мощностях излучения  $\sim 10^5-10^7$  Вт/см<sup>2</sup>. Экспериментальная доступность наблюдения данного эффекта в случае двумерной электронной системы, при определенных условиях, была обоснована в работе [5]. В случае одномерной системы, например, такой как квантовая проволока, был исследован ЭУЭ электромагнитной волной в работе [6], где были также даны численные оценки величины плотности тока увлечения и оценки параметрам квантовой проволоки (КП), при которых этот

---



Далее используем стандартную методику расчетов плотности тока фотонного увлечения, описанную в [6]. Тогда, гамильтониан  $\hat{H}_{\text{int}B}^{(r)}$  взаимодействия с полем электромагнитной волны поперечной поляризации  $\vec{e}_{\lambda r}$  при наличии магнитного поля  $\vec{B}$  запишется [6]

$$\hat{H}_{\text{int}B}^{(r)} = -\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*}{m^{*2}\omega}} I_0 \exp i q_z z \left[ i\hbar \left( \cos(\Theta - \varphi) \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \sin(\Theta - \varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \frac{|e|B}{2} \rho \sin(\varphi - \Theta) \right], \quad (1)$$

где  $\rho, \varphi, z$  – координаты цилиндрической системы,  $q_z$  – проекция  $\vec{q}_{\parallel} = (0, 0, q_z)$  на ось КП,  $\Theta$  – полярный угол  $\vec{e}_{\lambda \perp}$ ,  $\lambda_0$  – параметр, учитывающий отличие эффективного локального поля ВППЦ от среднего макроскопического поля в кристаллической решетке,  $\alpha^* = |e|^2 / 4\pi\varepsilon_0 \sqrt{\varepsilon} \hbar c$ ,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость,  $c$  – скорость света,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $I_0$  – интенсивность электромагнитной волны,  $\omega$  – частота света,  $|e|$  – величина элементарного заряда,  $B$  – величина магнитной индукции.

В работе рассматривается InSb КП, а как известно в узкозонных полупроводниковых соединениях, к которым относится InSb, закон дисперсии электронов становится непараболическим [7] и определяется соотношением совпадающим по виду с релятивистским [7]. Волновые функции электрона ВППЦ в КП находящейся в магнитном поле, для закона дисперсии описываемым параболическим приближением, были получены в работе [8]. В дальнейшем нас будут интересовать основные состояния электрона ВППЦ, как наиболее вероятные. Тогда выражение для энергетического спектра и волновых функций с учетом модели Кейна в однозонном приближении запишутся в виде

$$E_{0,0,0} = -\sqrt{m^{*2}s^4 + \frac{\hbar^2 s^2}{4a_0^2}}, \quad \Psi_{0,0,0}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{L\sqrt{\pi}} \left( \frac{2b}{\alpha a_d} \right)^{1/2} e^{-\frac{\rho^2}{4a_0}} e^{-\frac{\hbar|z|}{\alpha a_d}}, \quad (2)$$

где  $b = \sqrt{1 + \hbar^2 / (m^* s^2 a_0^2)}$ ,  $\alpha a_d = \hbar / (m^* s)$ ,  $a_0 = \sqrt{\hbar / (m^* \Omega)}$  – гибридная длина,  $\Omega^2 = 4\omega_0^2 + \omega_B^2$  – гибридная частота,  $\omega_B = |e|B/m^*$  – циклотронная частота,  $a_d$  – эффективный боровский радиус,  $s$  – параметр характеризующий непараболичность (для InSb:  $s = 1,56 \cdot 10^6$  м/с).

Волновая функция электрона в КП определяется выражением [6]

$$\psi_{n,m,k}(\rho, \phi, z) = \frac{1}{L\sqrt{\pi}L_z} \cdot \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(|m|+1)}{\Gamma(|m|+n+1)} L_n^{(|m|)} \left( \frac{\rho^2}{2a_0^2} \right) e^{ikz} \cdot e^{im\phi} \cdot \left( \frac{\rho^2}{2a_0^2} \right)^{\frac{|m|}{2}}, \quad (3)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция,  $L_n^\beta(x)$  – полиномы Лагерра.

Для КП плотность тока увлечения  $j(\omega)$  записывается следующим образом (при коротком замыкании):

$$j_\omega = -\frac{|e|}{2\pi^2 \hbar^2 L_z S_0 L_C} \sum_{n,m} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial E_{n,m,k}}{\partial k} \tau E_{n,m,k} |M_{f,0B}^q|^2 \cdot [f_0(E_{0,0,0}) - f_0(E_{n,m,k})] \times \\ \times \delta \left( -\hbar\omega + |E_{0,0,0}| + \sqrt{\hbar^2 s^2 k^2 + \left[ \frac{\hbar\omega_B m}{2} + \frac{\hbar s}{2a_0} (2n + |m| + 1) \right]^2} \right) dk, \quad (4)$$

где  $S_0$  – площадь поперечного сечения КП,  $L_C$  – расстояние между КП, расположенными в виде линейной цепочки,  $\hbar\omega$  – энергия фотонов,  $\tau E_{n,m,k}$  – время релаксации носителей заряда (электронов) в КП,  $f_0(E)$  – квазиравновесная функция распределения носителей заряда в КП,  $\delta(x)$  – дельта-функция,  $M_{f,0B}^q$  – матричные элементы оптических переходов.

В дипольном приближении матричные элементы, определяющие переходы электрона из основного состояния ВППЦ  $\Psi_{0,0,0}(\rho, \varphi, z)$  в состояния  $\Psi_{n,m,k}(\rho, \varphi, z)$  КП с учетом выражений (1), (2) и (3) после вычисления интегралов запишутся следующим образом:

$$M_{f,0B}^{\bar{q}} = i \frac{\hbar \lambda_0}{L^2 \sqrt{L_z}} \sqrt{\frac{2\pi \hbar \alpha^* I_0}{m^* \omega}} \cdot \frac{\Gamma(n-1) \Gamma(|m|+1)}{\Gamma(|m|+n+1)} \cdot \frac{1}{L\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{b}{\alpha a_d}\right)^{1/2} \times$$

$$\times a_0^3 \left[ \sum_{m_0=0}^n -1^{m_0} \binom{n+1}{n-m} m_0 + 1 \right] \cdot \left[ X \delta_{m,1} - \left(\frac{a_d^2}{a_B^2}\right) \delta_{m,-1} \right] \cdot \frac{2k\alpha^2 a_d^2 q_z + 1}{b^2 + k\alpha a_d} \quad (5)$$

где  $X = \hbar\omega / E_d$ ,  $a_B = \sqrt{\hbar / m^* \omega_B}$  – магнитная длина.

В процессе вычисления интеграла по переменной  $\varphi$  появляются правила отбора для магнитного квантового числа  $m = \pm 1$ .

Вычисление в выражение (4) интеграла по  $k$  производим с учетом известного соотношения [9]:

$$\int F(x) \delta(x-a) dx = F(a), \quad \delta[\varphi(x)] = \sum_i \delta(x-x_i) / \left| \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)_{x=x_i} \right|, \quad (6)$$

где  $x_i$  – простые корни уравнения  $\varphi(x) = 0$ .

Корнями аргумента  $\delta$  функции являются:

$$k_{1,2} = \pm \frac{1}{a_d \sqrt{8\xi}} \sqrt{X - \eta_{2B}^2 - \left[ ma^{*-2} + 4^{1/4} \sqrt{\xi \beta^{-1}} \beta^2 a^{*-4} + 1 \right]^{1/4} 2n + |m| + 1}^2, \quad (7)$$

где индекс 1 относится к «+», индекс 2 к «-»,  $\xi = m^* s^2 / (4E_d)$ .

Подставляя (5) в (4) и воспользовавшись (6) и (7) выражение для тока увлечения (4) после преобразований окончательно запишется:

$$j_{\omega} = j_0 \frac{s^2 \hbar}{a_d} \left(\frac{a_d}{a_0}\right)^6 \sum_{m=-1}^{+1} \left[ x \delta_{m,1} - \left(\frac{a_d}{a_B}\right)^2 \delta_{m,-1} \right]^2 \sum_{n=0}^N \left[ \frac{\Gamma(n+1) \Gamma(|m|+1)}{\Gamma(|m|+n+1)} \right]^2 \times$$

$$\times \tau E_d [x - \eta_{2B}^2] \left[ 1 - f_0 E_d - [x - \eta_{2B}^2] \right] \left[ \sum_{m_0=0}^n -1^{m_0} \binom{n+1}{n-m_0} m_0 + 1 \right]^2 \times$$

$$\times \frac{k_1^2 |k_1|^{-1} \sqrt{8\xi a_d^2 |k_1|^2 + \left[ ma^{*-2} + 4^{1/4} \sqrt{\xi \beta^{-1}} \beta^2 a^{*-4} + 1 \right]^{1/4} 2n + |m| + 1}}{\left[ b^2 + k_1 \alpha a_d^2 \right]^2 \sqrt{\hbar^2 S^2 k_1^2 + \left[ \frac{\hbar \omega_B m}{2} + \frac{\hbar S}{2a_0} 2n + |m| + 1 \right]^2}}, \quad (8)$$

$$\text{где } j_0 = \frac{8|e|\lambda_0^2 b^3 a_0^6 \alpha \alpha^* I_0 \hbar s^2 a_d q_z}{\pi^2 L_z^2 L^4 \xi(2L + 10a_d)}.$$

В выражении (8) предполагалось, что в зоне проводимости электроны упруго рассеиваются на потенциалах короткодействующих примесей [10]. Рассматривается случай сильного магнитного поля, когда  $\omega_0 \ll \Omega$ . Тогда, время релаксации  $\tau_{E_{n,m,k}}$  запишется следующим образом

$$\tau(E_d(X - \eta_B^2)) = \pi^{-1} 2^{-4.5} \hbar E_d^{-1} L^{*2} n_i^{-1} a_d^{-3} a_d / \lambda_s^{-2} (\omega / \beta)^{0.5} \times \\ \times \left[ 1 + 1 / (\sqrt{2} a^*) \lambda_s / a_d \xi(1/2, 1/2 - \beta(X - \eta_B^2) / (2\omega)) \right]^2 \left[ \sum_{n=0}^{N_1} \beta(X - \eta_B^2) / (2\omega) - n - 1/2 \right]^{-0.5},$$

где  $\lambda_s$  – длина рассеяния,  $n_i$  – концентрация в КП рассеивающих центров,  $\beta = L^* / (4\sqrt{U_0^*})$ ,  $L^* = 2L / a_d$ ,  $U_0^* = U_0 / E_d$ ,  $U_0$  – амплитуда потенциала КП,  $\omega = \sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}}$ ,  $\xi(s, u)$  – обобщенная дзета-функция Римана,  $\eta_B^2 = |E_\lambda| / E_d$ ,  $E_\lambda$  – энергия связи,  $N_1 = [A_1]$  – целая часть числа  $A_1 = \beta(X - \eta_B^2) / (2\omega) - 1/2$ .

Выражение для функции распределения носителей заряда  $f_0 E_{n,m,k}$  в КП [10] имеет вид

$$f_0 E_{n,m,k} = 8\sqrt{\pi} (n_e a_d^3) \sqrt{\delta_T} \beta \omega^{-1} sh(\delta_T \omega \beta^{-1}) \exp(-\delta_T E_{n,m,k} / E_d),$$

где  $n_e$  – концентрация носителей заряда (электронов),  $\delta_T = E_d / (kT)$ ,  $T$  – температура.

В работе рассматривался случай низких температур ( $T < 10K$ ), и можно было считать, что все примесные центры заполнены полностью, т.е. положить в (4)  $f_0(E_{0,0,0}) = 1$ .

На рис. 1 представлена спектральная зависимость плотности тока увлечения электронов  $j(\omega) / j_0$  (в относительных значениях) для различных значений параметра  $s$  и величины магнитного поля  $B$ .

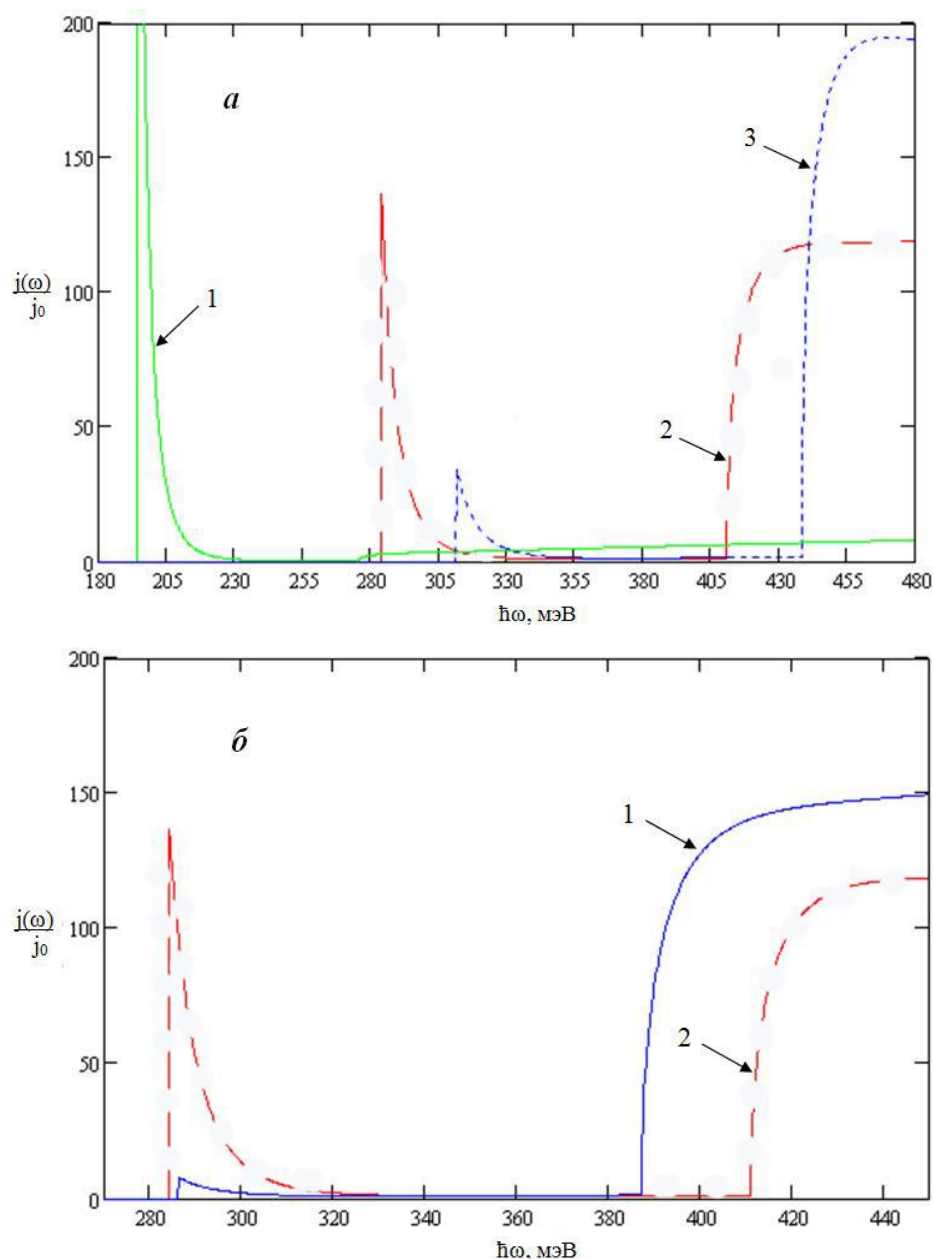


Рис. 1. – Зависимость плотности тока увлечения  $j(\omega)/j_0$  от энергии фотона в InSb КП при  $L = 35,8 \text{ nm}$ ,  $U_0 = 3,2 \text{ eV}$ , для различных значений параметра непараболичности  $s$  (а):  $B = 15 \text{ Тл}$ , 1 –  $s = 1 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ ; 2 –  $s = 1,56 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ ; 3 –  $s = 1,66 \cdot 10^6 \text{ м/с}$  и магнитного поля  $B$  (б):  $s = 1,56 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ , 1 –  $B = 13 \text{ Тл}$ ; 2 –  $B = 15 \text{ Тл}$ .

### Заключение

На спектральной кривой плотности тока увлечения (рис. 1) наблюдается ярко выраженный дублет Зеемана, с периодом появления на кривой, зависящем от гибридной частоты  $\Omega$ . С ростом величины параметра непараболичности  $s$  (рис. 1а) пороговое значение тока увлечения сдвигается в область больших энергий фотона, что может быть использовано при создании детекторов полупроводниковых материалов и структур. Увеличение магнитного поля также приводит к динамике края спектральной кривой плотности тока увлечения и увеличению расстояния между пиками в дублете (рис. 1б), определяемого циклотронной частотой  $\omega_B$ , что обусловлено динамикой уровней Ландау в магнитном поле и это может быть использовано при создании фотоприемников на основе ЭУЭ фотонами с изменяемой в магнитном поле восприимчивостью. Также следует отметить, что такие приемники могут работать при комнатной температуре [11], иметь хорошую помехоустойчивость, не требовать отдельного электропитания, измерять как мгновенную, так и среднюю мощность излучения.

### Литература

1. Данишевский А. М., Кастальский А.А., Рывкин С.М., Ярощецкий И.Д. Увлечение свободных носителей фотонами при прямых межзонных переходах в полупроводниках // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1970. Т. 58. № 2. С. 544-550.
2. Barlow H.E. The Hall effect and its application to microwave power measurement // Proceedings of the IRE. 1958. vol. 46. N 7. p. 1411-1413.
3. Gibson A.F., Kimmit M.F., Walker A.C. Photon drag in germanium // Applied Physics Letters. 1970. vol. 17. Iss. 2. p. 75-77.





4. Гринберг А.А. Теория фотоэлектрического и фотомагнитного эффектов, обусловленных давлением света // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1970. Т. 58. № 3. С. 989-995.

5. Васько Ф.Т. Фотонное увлечение двумерных электронов // Физика и техника полупроводников. 1985. Т. 19. № 7. С. 760-762.

6. Кревчик В.Д., Грунин А.Б. Эффект увлечения одномерных электронов при фотоионизации  $D^-$ -центров в продольном магнитном поле // Физика твердого тела. 2003. Т. 45. вып. 7. С. 1272-1279.

7. Аскеров Б. М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М.: Наука, 1985. 320 с.

8. Кревчик В.Д., Грунин А.Б., Калинин Е.Н. Размерный эффект Зеемана в квантовой нити с водородоподобными примесными центрами // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. (секция «Естественные науки»). Пенза: ПГУ. 2003. N 6(9). С. 66-75.

9. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз. 1962. 1100 с.

10. Гейлер В.А., Маргулис В.А., Филина Л.И. Проводимость квантовой проволоки в продольном магнитном поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1998. Т. 113. вып. 4. С. 1377-1396.

11. Рогалин В.Е., Филин С.А., Каплунов И.А. Многодиапазонный фотоприемник на эффекте фотонного увлечения носителей тока в германии для мощных лазеров И.К.-диапазона // Приборы и техника эксперимента. 2019. № 5. С. 92-95.

### References

1. Danishevskij A. M. Kastal'skij A.A., Ryvkin S.M., Jarosheckij I.D. Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki. 1970. Т. 58. № 2. p. 544-550.

2. Barlow H.E. Proceedings of the IRE. 1958. vol. 46. N 7. pp. 1411-1413.



3. Gibson A.F., Kimmit M.F., Walker A.C. Applied Physics Letters. 1970. V. 17. p. 75.
4. Grinberg A.A. Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki. 1970. T. 58. № 3. pp. 989-995.
5. Vas'ko F.T. Fizika i tekhnika poluprovodnikov. 1985. T. 19. № 7. pp. 760-762.
6. Krevchik V.D., Grunin A.B. Fizika tverdogo tela. 2003. T. 45. vyp. 7. pp. 1272-1279.
7. Askerov B. M. Jelektronnye javlenija perenosa v poluprovodnikah [Electronic transport phenomena in semiconductors]. M.: Nauka, 1985. p. 320.
8. Krevchik V.D., Grunin A.B., Kalinin E.N. Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Povolzhskij region. (sekcija «Estestvennye nauki»). Penza: PGU. 2003. N 6(9). pp. 66-75.
9. Gradshtejn I.S., Ryzhik I.M. Tablicy integralov, summ, rjadov i proizvedenij [Tables of integrals, sums, series and products]. M.: Fizmatgiz, 1962. p. 1100.
10. Gejler V. A., Margulis V.A., Filina L.I. Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki. 1998. T. 113. vyp. 4. pp. 1377-1396.
11. Rogalin V.E., Filin S.A., Kaplunov I.A. Pribory i tekhnika jeksperimenta. 2019. № 5. pp. 92-95.