

Пример расчета овального элемента заполнителя трехслойной конструкции

И.И. Смирнов, К.В. Кротова

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В данной статье предложена методика определения реактивной нагрузки для элемента типа овального стержня с прямоугольным или квадратным сечением, у которых эпюры моментов внешних сил и единичных нагрузок прямолинейны. В этом случае интегрирование может быть выполнено аналитически.

Ключевые слова: энергопоглощающий элемент, эпюра, стержень, заполнитель, нагрузка, балка, шарнир, скорость перемещения, слой.

Рассмотрим в качестве примера заполнитель, выполненный в виде овального энергопоглощающего элемента (далее ЭПЭ) (рис. 1).

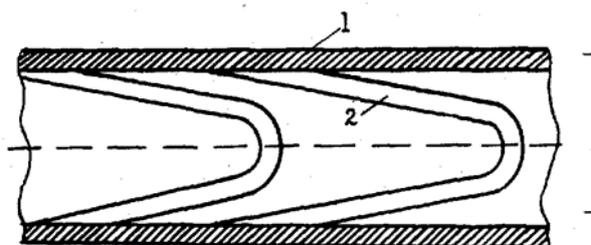


Рис. 1. – Энергопоглощающий элемент заполнителя (вариант):

1 – несущий слой; 2 – элемент заполнителя

Симметрия дает возможность вести расчет для четвертой части ЭПЭ на основании схемы, приведенной на рис. 2.

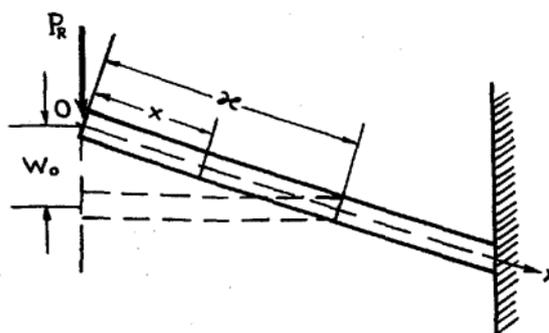


Рис. 2. – Расчетная схема энергопоглощающего элемента

В этом случае эпюры внешней силы и единичной нагрузки по длине стержня определяются выражениями:

- на прямом участке стержня:

$$M_F = F_R \cdot x, \quad M_1 = x, \quad (0 \leq x \leq l), \quad (1)$$

- на изогнутом участке стержня:

$$M_F = F_R \cdot (l + R \cdot \sin \varphi), \quad M_1 = l + R \cdot \sin \varphi, \quad (0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}). \quad (2)$$

Перемещение шарнира A (функция F_R) равно:

$$w = \sum_{i=1}^n \frac{k+1}{2 \cdot (E_0 \cdot J_0)^k} \int_0^{l_i} M_F^k \cdot M_1 \cdot dx \cdot \frac{k+1}{2 \cdot (E_0 \cdot J_0)^k} + \left\{ V + \int_0^{\frac{\pi}{2}} [F_R (l + R \cdot \sin \varphi)]^k \cdot (l + R \cdot \sin \varphi) \cdot R \cdot d\varphi \right\}, \quad (3)$$

где $V = \frac{Q_L \cdot M_{Fk}^{k+2}}{Q_F^2 \cdot (k+2)} = \frac{(F_R \cdot l)^{k+2}}{F_R^k (k+2)}$ – произведение прямоугольных эпюр.

В этом случае выражение для определения реактивной нагрузки на несущие слой со стороны заполнителя имеет вид:

$$F_R = E_0 \cdot J_0 \left\{ (k+1) \left[\frac{l^{k+2}}{k+2} + R \int_0^{\frac{\pi}{2}} (l + R \cdot \sin \varphi)^{k+1} \cdot d\varphi \right] \right\}^{-\frac{1}{k}} \cdot w^{\frac{1}{k}} \quad (4)$$

где F_R – половина действующей на стержень реактивной нагрузки;

$J_0 = 4 \cdot S \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^{\frac{3k+1}{2}}$ – обобщенный момент инерции; k – показатель степенной

функции, которой аппроксимируется кривая деформирования материала ЭПЭ; d – диаметр (толщина) стержня [1-6].

В случае действия интенсивной динамической нагрузки расчетную схему ЭПЭ эллиптического или близкого к нему овального типа можно представить в виде консольной жестко-пластической балки с заделкой (рис. 2).

В этой схеме имеется три этапа работы ЭПЭ:

- работа всего ЭПЭ как упругого или жесткого тела до возникновения пластических шарниров в стержнях ЭПЭ. При $F \leq F_R$ ЭПЭ мгновенно передает усилие от нагруженного слоя на ненагруженный, пропорционально жесткостям слоев;

- образование пластических шарниров при $F > F_R$ и деформирование в возникших пластических шарнирах до момента достижения ими основания; при этом в продолжение всего времени деформирования ЭПЭ передает от нагруженного слоя к ненагруженному нагрузку, не превышающую F_R ;

- работа деформированного ЭПЭ как упругого или жесткого тела.

В первой и третьей стадиях заполнитель из ЭПЭ может быть рассчитан как обычный заполнитель с некоторыми приведенными характеристиками, учитывающими особенности его строения. При этом следует учесть значительную разность толщин исходного и деформированного заполнителя.

Для решения задачи расчета работы заполнителя на втором этапе следует учесть скорости деформирования стержней и изменения параметров ЭПЭ во времени.

Решение задачи проводим при следующих допущениях:

- считаем материал ЭПЭ идеально-пластическим;
- при нагружении с достаточно высокой скоростью в точке "0" возникает пластический шарнир, который по мере возрастания нагрузки перемещается вдоль балки между шарниром и свободным концом рассматривается как жесткое тело, нагруженное моментом M_0 и реактивной силой R_K .

В этом случае уравнения движения стержня относительно шарнира имеют вид:

$$F_R + \int_0^Z m \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} \cdot dx = 0;$$
$$M_0 + F_R \cdot \chi + \int_0^Z m \cdot (\chi - x) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} dx = 0, \quad (5)$$

где m - погонная масса стержня; x - текущая координата; χ - расстояние от пластического шарнира до свободного конца балки; $M_0 = 2 \cdot \sigma_T \cdot \epsilon \cdot \delta^2$ - предельный момент в шарнире (ϵ , δ - размеры поперечного сечения). Определим F_R как функцию w_0 , где w_0 - перемещение свободного конца стержня в зависимости от времени. Часть ЭПЭ между пластическим шарниром и свободным концом вращается относительно точки "0", при этом принимается, что w - мало. Тогда скорость в любой точке ЭПЭ с координатой χ равна:

$$\dot{w} = \dot{w}_0 \cdot \left(1 - \frac{x}{Z}\right). \quad (6)$$

Дифференцируя это выражение по τ и, подставляя производную в (5), получим:

$$\begin{aligned} F_R + m \int_0^Z \ddot{w} \cdot dx - m \int_0^Z \frac{x \cdot \ddot{w}}{Z} dx + m \int_0^Z \frac{x \cdot \dot{w}_0 \cdot \dot{\chi}}{Z^2} dx = 0; \\ M_0 + F_R \cdot \chi + m \int_0^Z \chi \cdot \ddot{w}_0 \cdot dx - m \int_0^Z x \cdot \ddot{w}_0 \cdot dx + m \int_0^Z \frac{x \cdot \dot{w}_0 \cdot \dot{\chi}}{\chi} dx - \\ - m \int_0^Z x \cdot \dot{w}_0 dx + m \int_0^Z \frac{x^2 \cdot \ddot{w}}{Z} dx - m \int_0^Z \frac{x^2 \cdot \dot{w}_0 \cdot \dot{\chi}}{Z^2} dx = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение системы (7) имеет вид:

$$F_R = -\frac{m}{2} (\dot{\chi} \cdot \dot{w}_0 + \chi \cdot \ddot{w}_0), \quad (8)$$

$$\text{где } \chi = \pm \left(\frac{\epsilon \cdot M_0}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\tau}{\dot{w}_0}\right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\dot{\chi} = \pm \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\epsilon \cdot M_0}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1 - \dot{w}_0 \cdot \tau}{\dot{w}_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Из выражений (8), (9) следует, что для определения реактивной распределенной нагрузки необходимо знать зависимость $\dot{w}_0 = \dot{w}_0(\tau)$ и $w_0 = w_0(\tau)$. Учитывая, что ЭПЭ жестко соединены с

несущими слоями, считаем, что перемещения w_0 и скорость перемещения \dot{w}_0 совпадают с перемещениями и скоростью перемещений несущих слоев, то есть $w_0 = w_1 - w_2$; $\dot{w}_0 = \dot{w}_1 - \dot{w}_2$ [7-11].

Вследствие этого полученное значение реактивной нагрузки может быть использовано в правой части уравнений движения трехслойных пластин и оболочек.

Литература

1. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М., 1980. 375 с.
2. Прохоров Б.Ф., Кобелев В.Н. Трехслойные конструкции в судостроении. Л., 1972. 344 с.
3. Кобелев В.Н., Кобелев В.В., Потопахин В.А. Об одном варианте уравнений напряженно-деформированного состояния многослойных пластин и оболочек. - Механика композитных материалов, 1980, № 6, с.929-933.
4. Новичков Ю.Н. Осесимметричная деформация многослойных цилиндрических оболочек с учетом проскальзывания между слоями. - В кн.: Механика деформируемого твердого тела и теория надежности. Тр. МЭИ. М., 1975, вып. 227, с.109-118.
5. Сизов В.П., Шумарин С.И. Напряженно-деформированное состояние многослойных конструкций, подвергающихся воздействию импульсной нагрузки, - Изв. вузов. Машиностроение, 1983, № 7, с.13-17.
6. Болотин В.В. Плоская задача теории упругости для деталей из армированных материалов. - В кн.: Расчеты на прочность. М., 1966, вып.12, с. 3-31.
7. Андреев А.Н., Немировский Ю.В. К теории упругих многослойных анизотропных оболочек. - Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1977, № 5, с. 87-96.

8. Andreev V.I. Minaeva A.S. Creation on the basis of the first theory of strength model equal stressed cylinder exposed to power and temperature loads. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. Volume 7, Issue 1, 2011. pp. 71-75

9. Andreev V.I. Optimization of thick-walled shells based on solutions of inverse problems of the elastic theory for inhomogeneous bodies. Computer Aided Optimum Design in Engineering XII (OPTI XII). WIT Press. 2012, pp.189-201

10. Смирнов И.И., Захарова К.В., Авилкин В.И., Стрельников Г.П. К использованию торсионных энергопоглотителей для сейсмозащиты сооружений // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 (часть 2). URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1314.

11. Смирнов И.И., Захарова К.В. К расчету упругопластических торсионов энергопоглощающих устройств // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 (часть 2). URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1312.

References

1. Bolotin V.V., Novichkov Ju.N. Mehanika mnogoslojnyh konstrukcij. [Mechanics of multilayered constructions] M., 1980. 375 p.

2. Prohorov B.F., Kobelev V.N. Trehslojnye konstrukcii v sudo-stroenii. [Three-layer structures in shipbuilding] L., 1972. 344 p.

3. Kobelev V.N., Kobelev V.V., Potopahin V.A. Mehanika kompozitnyh materialov, 1980, № 6, pp.929-933.

4. Novichkov Ju.N. Osesimmetrichnaja deformacija mnogoslojnyh cilindricheskikh obolochek s uchetom proskal'zyvaniya mezhdru slojami. V kn.: Mehanika deformiruемого tverdogo tela i teorija nadezhnosti. Tr. MJeI. M., 1975, vyp. 227, pp.109-118.

5. Sizov V.P., Shumarin S.I. Izv. vuzov. Mashinostroenie, 1983, № 7, pp.13-17.



6. Bolotin V.V. Ploskaja zadacha teorii uprugosti dlja detalej iz armirovannyh materialov. V kn.: Raschety na prochnost'. M., 1966, vyp.12, pp. 3-31.
7. Andreev A.N., Nemirovskij Ju.V. Izv. AN SSSR. Mehanika tverdogo tela, 1977, № 5, pp. 87-96.
8. Andreev V.I. Minaeva A.S. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. Volume 7, Issue 1, 2011. pp. 71-75
9. Andreev V.I. Computer Aided Optimum Design in Engineering XII (OPTI XII). WIT Press. 2012, pp.189-201
10. Smirnov I.I., Zaharova K.V., Avilkin V.I., Strel'nikov G.P. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1314.
11. Smirnov I.I., Zaharova K.V., Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4 (часть 2). URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1312.