

## Волоконно-оптический датчик вибрации «Виб-А»

*К.А. Липатников, А.Ж. Сахабутдинов, И.И. Нуреев,*

*А.А. Кузнецов, О.Г. Морозов, С.В. Феофилактов*

*Казанский Национальный Исследовательский Технический Университет  
им. А.Н. Туполева – КАИ*

**Аннотация:** В работе описана реализация волоконно-оптического одноканального датчика вибрации, построенного на основе двух волоконных брэгговских решеток, широкополосного источника, фотодетектора и звуковой карты компьютера, используемой в качестве АЦП.

**Ключевые слова:** вибрация, волоконно-оптический датчик, волоконная брэгговская решетка, преобразование Фурье.

### Введение

В литературе [1-3] описаны варианты реализации волоконно-оптических датчиков вибрации, одним из перспективных является тип датчиков построенных на волоконных брэгговских решетках (ВБР). Основной принцип измерения, заложенный в таких датчиках, заключается в измерении смещения центральной длины волны ВБР контура. Смещение центральной длины волны ВБР контура регистрируется с течением времени, далее подвергается преобразованию Фурье, которое дает основные частоты колебания, а в величине смещения спектра ВБР заложена амплитуда колебаний.

К преимуществам этого подхода можно отнести возможность построения многоканального датчика вибрации, с разнесением чувствительных элементов (ВБР) по центральным длинам волн. Вместе с тем, этот подход имеет и ряд существенных недостатков, препятствующих широкому применению волоконно-оптических датчиков вибрации, основанных на этом принципе. К недостаткам этого метода следует отнести дорогостоящую оптоволоконную часть схемы, необходимой для определения центральной длины волны ВБР контура, низкую скорость определения центральной длины волны и, как следствие, крайне невысокий диапазон

---

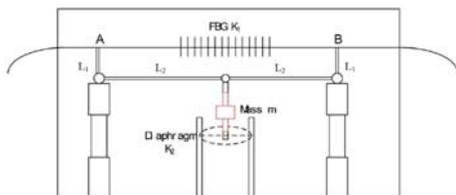
измеряемых частот. Промышленные интеррогаторы позволяют определять центральную длину волны ВБР контура не чаще, чем сто раз в секунду. Соответственно, и измеренные частоты могут быть не выше, чем 100 Гц. Кроме того, стоимость оптоволоконного датчика вибрации, построенного на принципе определения смещения центральной длины волны, весьма дорога, поскольку в измерительную систему входит интеррогатор (прибор измерения центральной длины волны), который крайне недешев и составляет до 95% стоимости всей измерительной системы.

### **Постановка задачи**

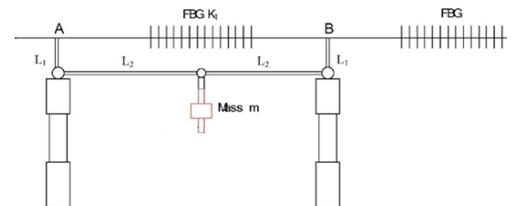
В задачу исследования входило создание оптоволоконного датчика вибрации, который с одной стороны был бы лишен всех недостатков измерительного принципа, построенного на определении смещения центральной длины волны ВБР, с другой стороны, необходимо было максимально удешевить всю измерительную систему. Изначально было предложено решение отказаться от многоканальности датчика и построить одноканальный волоконный датчик вибрации, способный измерять частоты до 20 кГц, а стоимость компонентов измерительной схемы должна быть эквивалента стоимости компонентов традиционной измерительной системы. Основной задачей исследовательской группы был отказ от дорогостоящего и медленного компонента измерительной системы – интеррогатора [4]. В ходе работ были исследованы различные оптоэлектронные и механические схемы построения датчика вибрации [1-3]. Многие из промежуточных вариантов схемы давали хорошие показатели по определению частот вибрации, но определение амплитуды колебаний вызывало серьезные сложности. Было принято решение остановиться на схеме предложенной в [1], но т.к. она удовлетворяет не всем поставленным требованиям была произведена ее доработка (рис.1).

---

По результатам исследовательской работы разработан волоконно-оптический датчик вибрации (рис. 2), который получил название «Виб-А», буква «А» в названии обозначает первую версию датчика, модели которого было решено именовать буквами латинского алфавита по порядку.



Исходная конструкция [1]



Доработанная конструкция

Рис. 1. – Исходная и доработанная конструкции  
волоконно-оптического датчика вибрации

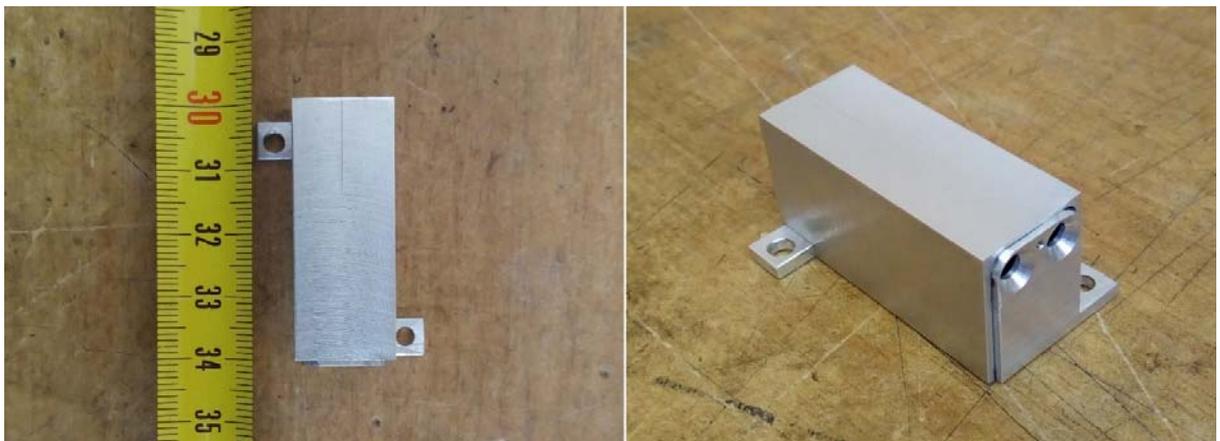


Рис. 2. – Опытный образец волоконно-оптического датчика «Виб-А»

### Принцип действия

В измерительной системе «Виб-А» присутствуют две ВБР, одна из которых является опорной, вторая – измерительной. Полная ширина на половине высоты опорной ВБР должна быть как минимум в 4 раза шире, чем полная ширина на половине высоты измерительного ВБР контура. Центральная длина волны опорного ВБР контура может быть выбрана произвольно, а центральная длина волны измерительного ВБР контура

должна быть смещена относительно центральной длины волны опорной ВБР на половину ширины на половине высоты.

Опорная ВБР не подвергается механическому воздействию, а на измерительный контур передается механическое воздействие в виде колебаний, которое заставляет измерительную ВБР сжиматься или растягиваться. Как следствие этого, измерительная ВБР изменяет свою центральную длину волны в зависимости от параметров механического воздействия. Свет, проходящий по оптоволокну через обе (опорную и измерительную) решетки меняет свою интенсивность, которая регистрируется на фотодетекторе. Опорный и измерительный контур могут быть подвержены дополнительному температурному воздействию, компенсация выполняется благодаря тому, что происходит одновременное смещение обоих ВБР, следовательно, уровень постоянной составляющей оптической мощности остается неизменным.

Опишем опорный ВБР контур функцией нормального распределения в виде (1):

$$\hat{B}(\lambda) = \frac{B_0}{\sigma_B \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\lambda - \mu_B)^2}{2 \cdot \sigma_B^2}} + R_B. \quad (1)$$

Параметр  $B_0$  в соотношении (1) определяет максимальную амплитуду контура,  $\sigma_B$  – отвечает за добротность контура,  $\mu_B$  – центральная длина волны, а  $R_B$  – минимальный уровень сигнала.

Измерительный ВБР контур также описывается соотношением нормального распределения:

$$\hat{V}(\lambda) = \frac{V_0}{\sigma_V \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\lambda - \mu_V)^2}{2 \cdot \sigma_V^2}} + R_V. \quad (2)$$

Параметр  $V_0$  в соотношении (2) определяет максимальную амплитуду измерительного контура,  $\sigma_V$  – отвечает за добротность контура,  $\mu_V$  – центральная длина волны, а  $R_V$  – минимальный уровень сигнала.

Для того, чтобы найти условие взаимного расположения опорного и измерительного ВБР контуров, необходимо найти полную ширину на половине высоты опорного ВБР контура. Это легко сделать, решив уравнение (3):

$$H(\lambda) = \frac{B_0}{\sigma_B \sqrt{2\pi}} \cdot \left( e^{-\frac{(\lambda - \mu_B)^2}{2\sigma_B^2}} - \frac{1}{2} \right) + \frac{R_B}{2} = 0. \quad (3)$$

Решение уравнения (3) даст два значения  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2\}$ , которые определяют абсциссы пересечения горизонтальной прямой на уровне половины высоты ВБР контура с самим контуром. Половина модуля разницы  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  даст величину необходимого смещения центральной длины волны измерительного контура относительно опорного:

$$\mu_V = \mu_B + \frac{|\lambda_1 - \lambda_2|}{2}, \quad (4)$$

где,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – корни уравнения (3).

### Опико-электронная схема

Лазерный источник генерирует непрерывное широкополосное излучение в диапазоне длин волн опорного и измерительного ВБР контуров. Свет проходит через циркулятор и попадает на измерительный ВБР контур. Пройдя через измерительный контур ВБР оптический сигнал отражается от опорного ВБР контура и попадает на фотодетектор. Колебания интенсивности мощности оптического излучения на фотодетекторе регистрируются АЦП и передаются для обработки в компьютер или любой другой процессор для обработки. Помимо данного способа опроса ВБР

перспективным методом зондирования являются полигармонические методы, подробно описанные в работах [5-12]. Оптико-электронная схема «Виб-А» представлена на рис.3.

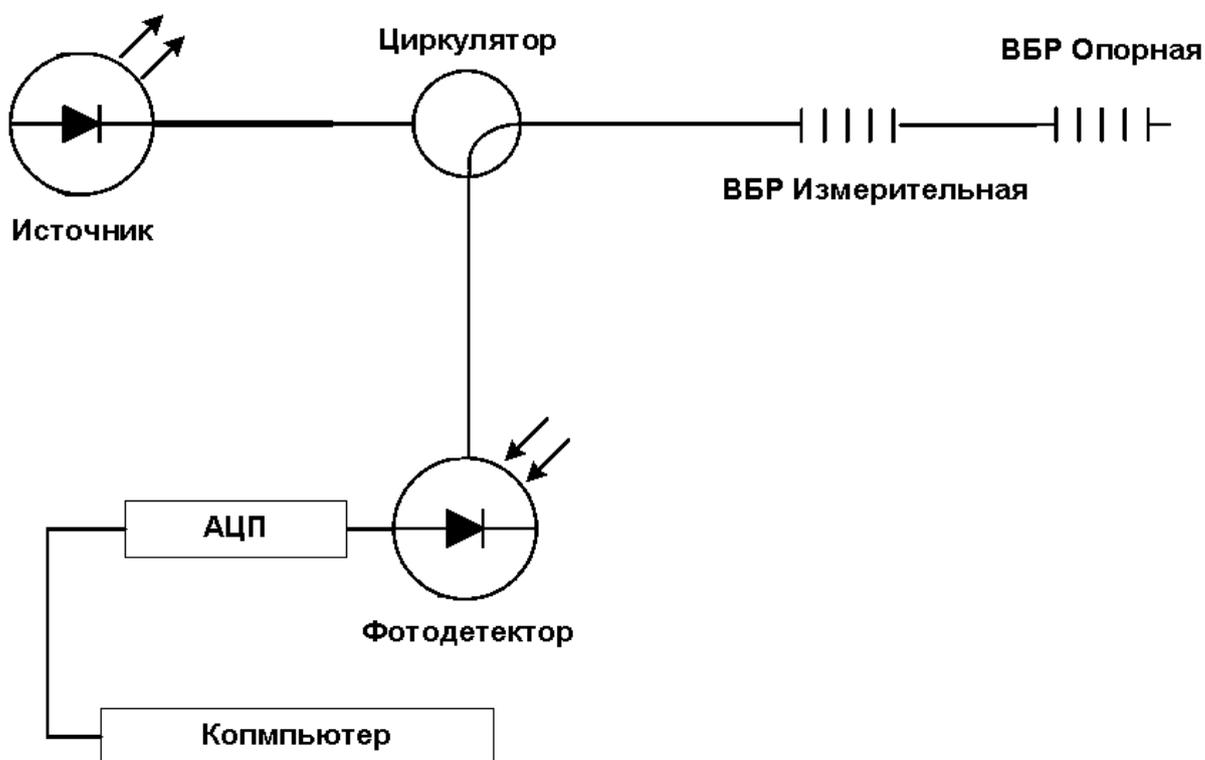


Рис.3. – Оптико-электронная схема датчика «Виб-А»

Таким образом, механические колебания от измеряемого объекта путем прямого контакта передаются на механические колебания участка оптоволокна с измерительной ВБР, преобразуются в колебания интенсивности светового потока, которые затем регистрируются на фотодетекторе, преобразуются в электрические колебания и регистрируются на АЦП. Данные с АЦП в режиме реального времени передаются для обработки на компьютер. Ситуационное взаимное расположение опорного и измерительного ВБР контуров показано на рис.4.

Из отраженного спектра измерительного ВБР контура (зеленая линия) опорным ВБР контуром (синяя линия) вырезается часть сигнала. На

фотодетектор попадает излучение, обозначенное на рисунке 4 красной линией.

Математическое выражение сигнала, поступающего на фотодетектор, отражает следующее положение.

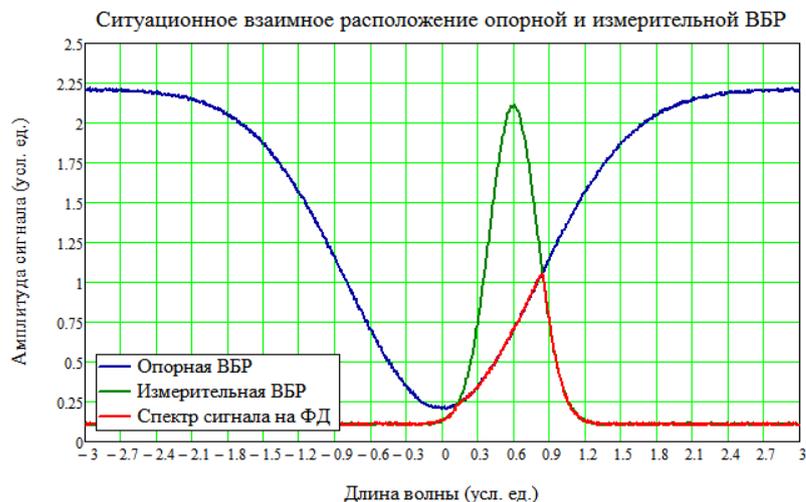


Рис.4. – Ситуационное взаимное расположение опорного и измерительного ВБР контура

Измерительный ВБР контур под механическим воздействием испытывает смещение, следовательно, общий вид для произвольного положения измерительного ВБР контура может быть записан в виде:

$$V(\lambda, \mu) = \frac{V_0}{\sigma_V \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\lambda - \mu_V - \mu)^2}{2 \cdot \sigma_V^2}} + R_V. \quad (5)$$

А опорный ВБР контур, в структурной схеме организации связи показанной на рис.3, описывается соотношением

$$B(\lambda) = \frac{B_0}{\sigma_B \sqrt{2\pi}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{(\lambda - \mu_B)^2}{2 \cdot \sigma_B^2}} \right) + R_B. \quad (6)$$

Для того, чтобы найти точки пересечения опорного и измерительного контуров ВБР запишем уравнение (7):

$$\Phi(\lambda) = V(\lambda, \mu) - B(\lambda) = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) даст две точки пересечения спектров опорного и измерительного контуров  $\lambda = \{\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2\}$ .

Таким образом, суммарный оптический сигнал, поступающий на фотодетектор можно записать в виде:

$$F(\mu) = \int_{-\infty}^{\hat{\lambda}_1} V(\lambda, \mu) d\lambda + \int_{\hat{\lambda}_1}^{\hat{\lambda}_2} B(\lambda) d\lambda + \int_{\hat{\lambda}_2}^{\infty} V(\lambda, \mu) d\lambda. \quad (8)$$

Нахождение зависимости  $F(\mu)$  требует для каждого значения  $\mu$  нахождения двух корней трансцендентного уравнения (7), что не очень удобно для математического моделирования. Существует другой, более удобный способ нахождения зависимости (8). Для этого построим функционал вида (9):

$$R(\lambda, \mu) = \begin{cases} B(\lambda), & \text{если } B(\lambda) \leq V(\lambda, \mu) \\ V(\lambda), & \text{в остальных случаях} \end{cases}. \quad (9)$$

Суммарный сигнал, поступающий на фотодетектор можно описать выражением вида (10):

$$F(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\lambda, \mu) d\lambda = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} R(\lambda, \mu) d\lambda. \quad (10)$$

В первом выражении (10) интегрирование ведется от минус бесконечности до бесконечности, хотя, соотношение (10) правомерно и для пределов интегрирования от  $\lambda_{\min}$  до  $\lambda_{\max}$ , где  $\lambda_{\min}$  и  $\lambda_{\max}$  – минимальное и максимальное значение частотной полосы излучения источника.

На компьютере (или любом процессоре) электрическое колебание в реальном времени подвергается преобразованию Фурье, которое дает его частотную характеристику (спектр). А в амплитуде самих колебаний будет заложена информация об амплитуде колебания как измерительного ВБР контура, так и амплитуде колебаний измеряемого объекта.

Регистрируемая частота колебаний в предложенной измерительной системе зависит от частоты регистрации электрического импульса в реальном времени и скоростных возможностей АЦП. В экспериментальной установке в качестве АЦП использовалась звуковая карта компьютера с возможностью регистрации изменения интенсивности электрического сигнала в 96 кГц. Ограничения на частоту регистрации колебаний со стороны оптической схемы отсутствуют. На компьютере происходит накопление данных в количестве  $2^{13}$ – $2^{15}$  элементов и в режиме реального времени подвергается быстрому преобразованию Фурье.

### Определение частот

Скриншот окна программы регистрации колебаний приведен на рис.5.

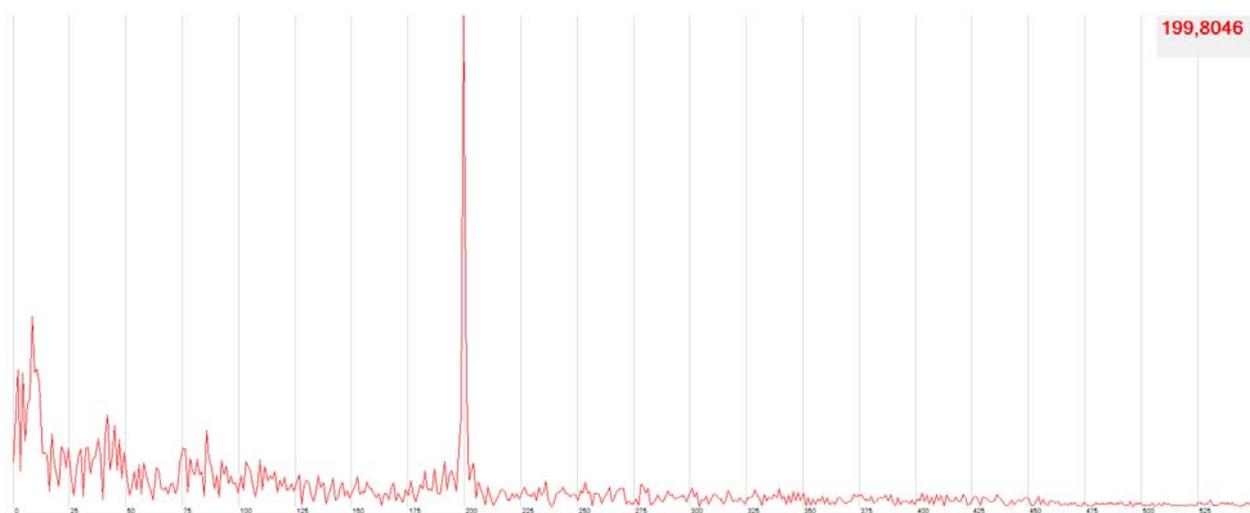


Рис.5. – Скриншот окна программы регистрации частот колебаний

В основном окне приведен спектр колебаний (в диапазоне 0...550 Гц), а в правой верхней части – максимальная (основная) частота. Спектр колебаний показывает все основные частоты и их амплитуды. Таким образом, задача определения частотной характеристики колебаний в «Виб-А» решена полностью. Приведенная на рис.5 диаграмма была сделана в

условиях регистрации колебаний с частотой дискретизации 8 кГц, что при разложении в ряд Фурье позволяет выделять частоты колебаний до 4 кГц. Нижний диапазон измерения частот составляет не менее 20 Гц. Точность определения частоты колебаний при частоте дискретизации сигнала в 8 кГц и количестве анализируемых данных  $N = 2^{14}$  не превышает 0.49 Гц, что составляет 0.012% от шкалы измерения. Точность определения частот колебаний описывается стандартными зависимостями для дискретного преобразования Фурье.

В качестве тестирования системы на соответствие передаваемых частот использовался функциональный генератор и подключенный к нему электро-механический преобразователь. Чувствительный элемент датчика вибрации «Виб-А» располагался в прямом контакте с электро-механическим преобразователем, на который с функционального генератора подавался гармонический сигнал с заданной частотой, который через оптоэлектронную схему «Виб-А» регистрировался на компьютере. Для всей серии экспериментов расхождения между заданной на генераторе частотой и частотой, регистрируемой «Виб-А», не превышали 1% от величины регистрируемой частоты в широком диапазоне от 10 Гц до 4 кГц. Погрешность самого функционального генератора и погрешность электро-механического преобразователя не рассматривались, как заведомо более низкие. Дополнительные контрольные измерения на вибрационном стенде позволят уточнить погрешности измерений частот.

### **Определение амплитуды**

В амплитуде самих колебаний уровня сигнала на фотодетекторе заложена амплитуда колебаний центральной длины волны измерительного контура ВБР, которая напрямую связана с амплитудой колебаний измеряемого объекта. Зависимость мощности сигнала на фотодетекторе от

---

смещения центральной длины волны измерительного ВБР контура приведена на рис.6.

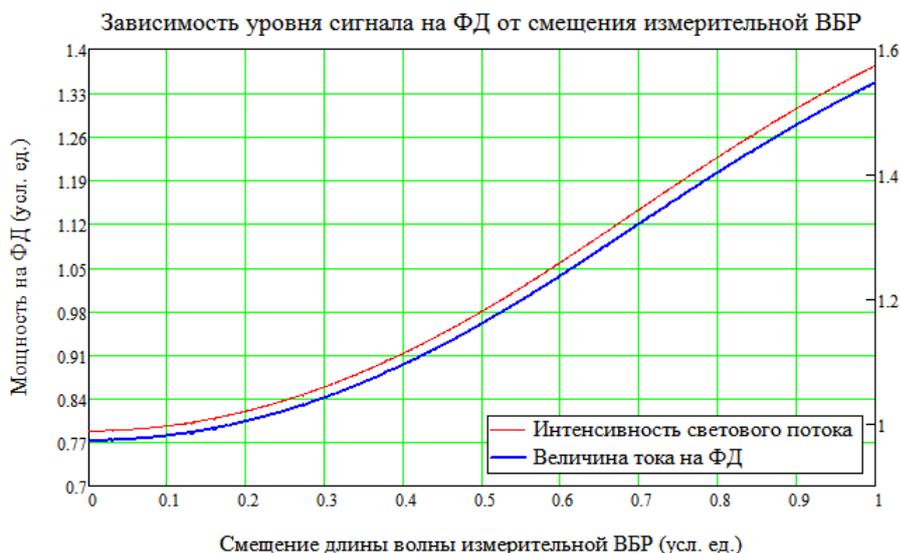


Рис.6. – Зависимость уровня сигнала на фотодетекторе от смещения центральной длины волны измерительной ВБР

Для определения амплитуды колебаний используется следующий алгоритм. Методом скользящей средней определяется максимальное и минимальное значение амплитуды колебаний электрического сигнала на фотодетекторе в кадре скользящей средней. Размер для расчета кадра по методу скользящей средней выбирается из соображений. Величине амплитуды колебаний сигнала с фотодетектора ставится в соответствие амплитуда колебаний измеряемого объекта. Зависимость амплитуды колебаний измеряемого объекта от амплитуды электрического сигнала принимается линейной. Коэффициенты зависимости определяются методом наименьших квадратов этот метод изложен в следующей работе [13]. На измерительном стенде с определенным шагом задаются частоты и амплитуды колебаний, которые затем регистрируются на датчике «Виб-А». Имея заданное поле частот и амплитуд можно легко построить аппроксимирующую поверхность и определить коэффициенты преобразования.

## Выводы

В результате исследовательской работы был разработан одноканальный волоконно-оптический датчик вибрации «Виб-А».

К недостаткам датчика «Виб-А» следует отнести одноканальное исполнение оптоэлектронной схемы датчика. Переход к многоканальному исполнению можно обеспечить использованием узкополосных оптических полосовых фильтров перед каждым фотодетектором, если применять несколько пар опорных и измерительных контуров ВБР, разнесенных по разным длинам волн, что, конечно, не отменит необходимости использования нескольких фотодетекторов и АЦП. Данный переход можно осуществить, например, на контроллере ПЛИС, обеспечивающий параллельную обработку нескольких потоков данных. Увеличение количества фотодетекторов и АЦП не повлечет за собой сколько-нибудь серьезного удорожания системы.

Датчик «Виб-А» обладает и рядом существенных преимуществ, которые делают его перспективным для дальнейшего развития и использования в промышленности. Приведем основные достоинства «Виб-А»:

1. Датчик «Виб-А» очень прост и дешев в реализации: используемые волоконно-оптические и оптико-электронные компоненты широко доступны.
  2. Датчик «Виб-А» способен измерять частоты от 10 Гц до 20 кГц. Верхний предел измеряемой частоты определяется лишь максимальной частотой дискретизации АЦП и конструкцией датчика. Оптическая схема не накладывает никаких ограничений на определение частот колебаний.
  3. Датчик «Виб-А» обеспечивает очень высокую точность в определении частот колебаний. Максимальная погрешность определения главных частот не превышает 1% от величины определяемой частоты.
-

4. Программная часть «Виб-А» может быть реализована на любом программируемом контроллере с достаточной производительностью. Требование к производительности процессора следует из требований выполнения быстрого преобразования Фурье в режиме реального времени.

5. Метод и алгоритм определения амплитуд колебаний в «Виб-А» обеспечивает высокую точность и надежность их определения.

6. Сам датчик «Виб-А» обладает невысокими требованиями к конструкции чувствительного элемента. Основными требованиями являются передача вибрации на участок волокна с чувствительным элементом и отсутствие собственных (резонансных) частот в измеряемом диапазоне частот.

7. Чувствительный элемент датчика «Виб-А» выполнен в виде концевой части оптического волокна, имеет небольшой геометрический размер, может быть использован в труднодоступных местах конструкций с малыми габаритами для посадочного места.

### Литература

1. Weng Y., et al. Robust and compact fiber Bragg grating vibration sensor for seismic measurement // IEEE sensors journal. 2011. no. 12. pp. 800-804.

2. Ионе С.Д., Лиманова Н.И. Волоконно–оптический датчик: пат 2267085 Рос. Федерация; –№ 2004108938/28; заявл. 25.03.2004; опубл. 27.12.2005, Бюл. № 36.

3. Куриленко А. и др. Дифференциальный волоконно-оптический датчик вибрации // Современная электроника. 2010. №1. С. 36–37.

4. Нуреев И.И. Радиофотонные амплитудно–фазовые методы интеррогации комплексированных датчиков на основе волоконных решеток Брэгга // Инженерный вестник дона. 2016. №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3581](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3581).

5. Морозов О.Г., Ильин Г.И. Амплитудно–фазовая модуляция в системах радиофотоники // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер. Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2014. № 1 (20). С. 6–42.

6. Morozov O.G., et al. Polyharmonic analysis of Raman and Mandelstam-Brillouin scatterings and Bragg reflection spectra // Advances in Optical Fiber Technology: Fundamental Optical Phenomena and Applications, Moh. Yasin (Ed.), InTech, 2015. URL: [intechopen.com/books/advances-in-optical-fiber-technology-fundamental-optical-phenomena-and-applications/poly-harmonic-analysis-of-raman-and-mandel-stam-brillouin-scatterings-and-bragg-reflection-spectra](http://intechopen.com/books/advances-in-optical-fiber-technology-fundamental-optical-phenomena-and-applications/poly-harmonic-analysis-of-raman-and-mandel-stam-brillouin-scatterings-and-bragg-reflection-spectra).

7. Morozov O.G., et al. Synthesis of Two-Frequency Symmetrical Radiation and Its Application in Fiber Optical Structures Monitoring // Fiber Optic Sensors, Moh. Yasin, Sulaiman W. Harun and Hamzah Arof (Ed.), IntechOpen, 2012. URL: [intechopen.com/books/fiber-optic-sensors/synthesis-of-two-frequency-symmetrical-radiation-and-its-application-in-fiber-optical-structures-mon](http://intechopen.com/books/fiber-optic-sensors/synthesis-of-two-frequency-symmetrical-radiation-and-its-application-in-fiber-optical-structures-mon).

8. Куприянов В.Г. и др. Маломодовое зондирование датчиков на основе волоконных решеток Брэгга // Научно–технический вестник Поволжья. 2013. № 4. С. 200-204.

9. Морозов О.Г. и др. Модуляционные методы формирования спектрально чистого двухканального полигармонического излучения с одинаковой разностной частотой и поляризационным мультиплексированием. Постановка задачи // Инженерный вестник Дона. 2017. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4587](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4587).

10. Мисбахов Рус.Ш. и др. Волоконные брэгговские решетки с двумя фазовыми сдвигами как чувствительный элемент и инструмент мультиплексирования сенсорных сетей // Инженерный вестник Дона. 2017. №3. [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4343](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4343).

---

11. Кузнецов А.А. Комплексированный волоконно-оптический датчик износа и температуры трущихся поверхностей // Научно-технический вестник Поволжья. 2016. №1. С. 45-48.

12. Нуреев И.И. Сенсорные пассивные оптические сети и ключевые вопросы применения в них волоконных брэгговских решеток // Инженерный вестник Дона. 2016. №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3605](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3605).

13. Сахабутдинов А.Ж., Нуреев И.И., Морозов О.Г. Уточнение положения центральной длины волны ВБР в условиях плохого соотношения сигнал – шум // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2015. Т. 18, № 3-2. С. 98-102.

### References

1. Weng Y., et al. IEEE sensors journal. 2011. №12. pp. 800-804.
2. Ione S.D., Limanova N.I. Pat. 2267085 RU; publ. 27.12.2005, Bul. № 36.
3. Kurilenko A., et al. Sovremennaya ehlektronika. 2010. №1. pp. 36-37.
4. Nureev I.I. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2016. №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3581](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3581).
5. Morozov O.G., Il'in G.I. Vestnik Povolzhskogo gosudarstvennogo tekhnologičeskogo universiteta Ser.: Radiotekhnicheskie i infokommunikacionnye sistemy. 2014. № 1. pp. 6-42.
6. Morozov O.G., et al. Advances in Optical Fiber Technology: Fundamental Optical Phenomena and Applications, Moh. Yasin (Ed.), InTech, 2015. URL: [intechopen.com/books/advances-in-optical-fiber-technology-fundamental-optical-phenomena-and-applications/poly-harmonic-analysis-of-raman-and-man-delstam-brillouin-scatterings-and-bragg-reflection-spectra](http://intechopen.com/books/advances-in-optical-fiber-technology-fundamental-optical-phenomena-and-applications/poly-harmonic-analysis-of-raman-and-man-delstam-brillouin-scatterings-and-bragg-reflection-spectra).
7. Morozov O.G., et al. Fiber Optic Sensors, Moh. Yasin, Sulaiman W. Harun and Hamzah Arof (Ed.), IntechOpen, 2012. URL: [intechopen.com/books/fiber-optic-sensors/synthesis-of-two-frequency-symmetrical-radiation-and-its-application-in-fiber-optical-structures-mon](http://intechopen.com/books/fiber-optic-sensors/synthesis-of-two-frequency-symmetrical-radiation-and-its-application-in-fiber-optical-structures-mon).



8. Kupriyanov V.G. Nauchno-tehnicheskii vestnik Povolzh'ya. 2013. № 4. pp. 200-204.
9. Morozov O.G., et al. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2017. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4587](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4587).
10. Misbakhov Rus.Sh., et al. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2017. №3. [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4343](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4343).
11. Kuznetsov A.A. Nauchno-tehnicheskii vestnik Povolzh'ya. 2016. №1. pp. 45-48.
12. Nureev I.I. Inzhenernyj vestnik Dona. 2016. №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3605](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3605).
13. Sakhabutdinov A.Zh., Nureev I.I., Morozov O.G. Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy. 2015. Vol. 18, no. 3-2. pp. 98-102.