

## Конструирование вспененных пористых теплоизоляционных материалов методом диаграммы Вороного

*А.Р. Хайруллин, А.А. Синявин, А.И. Хайбуллина, В.К. Ильин*

*Казанский государственный энергетический университет*

**Аннотация:** В данной работе численным методом исследована эффективная теплопроводность пористых материалов. Предложена методика конструирования изоляционного материала с заданными геометрическими характеристиками, позволяющая с достаточной точностью прогнозировать теплопроводность пористой изоляции. Конструирование вспененных пористых теплоизоляционных материалов основывалось на методе диаграммы Вороного. Эффективная теплопроводность пористых сред определялась для двадцати структур с различными геометрическими характеристиками. Теплофизические свойства материала соответствовали меламину. Для верификации численного решения эффективная теплопроводность вспененного меламинида определялась экспериментально. Между собой сравнивалась одна регулярная структура и три нерегулярные структуры. Порозность изоляционных конструкций находилась в диапазоне от 0,722 до 0,987, диаметр фибер - в диапазоне от 26 мкм до 250 мкм. Предложено теоретическое решение для определения эффективной теплопроводности регулярных структур. Предложенная в работе методика может быть использована для конструирования теплоизоляционных материалов на основе аддитивных технологий, с известными заданными теплоизоляционными и конструктивными свойствами.

**Ключевые слова:** эффективная теплопроводность, пористая структура, пористый изоляционный материал, диаграмма Вороного.

Теплоизоляция на основе вспененных пористых материалов широко распространена в системах теплоснабжения, холодоснабжения в строительном секторе. От характеристик теплоизоляционных материалов зависит экологичность, энергоэффективность зданий и сооружений, систем теплоснабжения, паропроводов и т.д. [1,2]. Достоинством вспененных пористых материалов является низкая теплопроводность, плотность, устойчивость к усадке материала по сравнению с изоляцией на основе минеральных ват. Рынок вспененных пористых теплоизоляционных материалов постоянно пополняется новыми производителями. Характеристики теплоизоляционных материалов могут различаться в зависимости от производителя изоляции [3], температуры, плотности и

условий эксплуатаций [4–6]. Поэтому необходим постоянный контроль качества теплоизоляционных материалов.

Основной характеристикой теплоизоляционных материалов является ее теплопроводность. Определение теплопроводности в основном осуществляется экспериментальными методами [7]. При определении теплопроводности также используются теоретические и численные подходы [8]. Экспериментальные методы являются наиболее точными, однако при использовании теоретических и численных методов нет необходимости в использовании дорогостоящего оборудования. С другой стороны, использование численных методов позволяет конструировать изоляционные материалы с заданными характеристиками теплопроводности, плотности, прочности и т.д. Численное моделирование требует создание сложной трехмерной геометрии пористых сред. При создании реальной геометрии пористых сред учитывающих порозность, диаметр пор, диаметр и искривленность фибер используются различные подходы [9]. Одним из методов для генерирования сложной геометрии пористого материала, является метод диаграммы Вороного. Эффективность данного подхода показана при численном исследовании конвективной теплоотдачи [10] и определении эффективной теплопроводности металлических пен [11].

В данной работе исследуется возможность конструирования вспененных пористых теплоизоляционных материалов, методом диаграммы Вороного, для определения их эффективной теплопроводности.

При численном исследовании эффективной теплопроводности пористых сред, было сгенерировано двадцать структур с различными характеристиками (порозность  $\epsilon$ , диаметр фибер  $d_f$ , диаметр узла  $d_n$  (табл. 1)). Между собой сравнивались одна регулярная структура и три нерегулярных структуры, с разными диаметрами узлов (рис. 1). Диаметр узлов  $d_n$  нерегулярной структуры соответствовал  $1d_f$ ,  $2d_f$  и  $3d_f$ . Все четыре типа

---

структур сравнивались при одинаковых порозностях. При этом порозность каждой структуры находилась в диапазоне от 0,722 до 0,987. Необходимое значение порозности подбиралось изменением диаметра волокон. Во всем исследованном диапазоне исследованных структур диаметр волокон находился в диапазоне от 26 мкм до 250 мкм. Диаметр ячейки  $d_c$  пористой структуры составлял 635 мкм, количество пор на дюйм соответствовало 80. Ширина, высота и глубина расчетной области соответствовала  $2d_c$ .

Таблица № 1

Геометрические характеристики исследуемых пористых структур

№ п/п	$\varepsilon$	$d_f$ , мкм	$d_n$ , мкм	Тип структуры
1	0,987	48,9	$1d_f$	Регулярная структура (РС)
2	0,924	121		
3	0,851	175		
4	0,785	215		
5	0,721	250		
6	0,987	31	$1d_f$	Нерегулярная структура (НС)
7	0,926	76,7		
8	0,853	112		
9	0,787	139		
10	0,722	163		
11	0,986	30,5	$2d_f$	Нерегулярная структура (НС)
12	0,926	67,1		
13	0,853	93		
14	0,786	111		
15	0,722	125,9		
16	0,985	26	$3d_f$	Нерегулярная структура (НС)
17	0,926	51		
18	0,853	67,4		
19	0,787	78,6		
20	0,722	88		

Координаты узлов нерегулярной пористой структуры, для заданной области с заданными характеристиками, были получены методом диаграммы Вороного. Окончательная 3D структура создавалась в программе SpaceClaim с помощью оригинального модуля разработанного авторами на языке

VusialBasic.Net. Данный модуль выполняет построение фибер, с заданным диаметром, путем соединения узлов пористой структуры, полученных методом диаграммы Вороного.

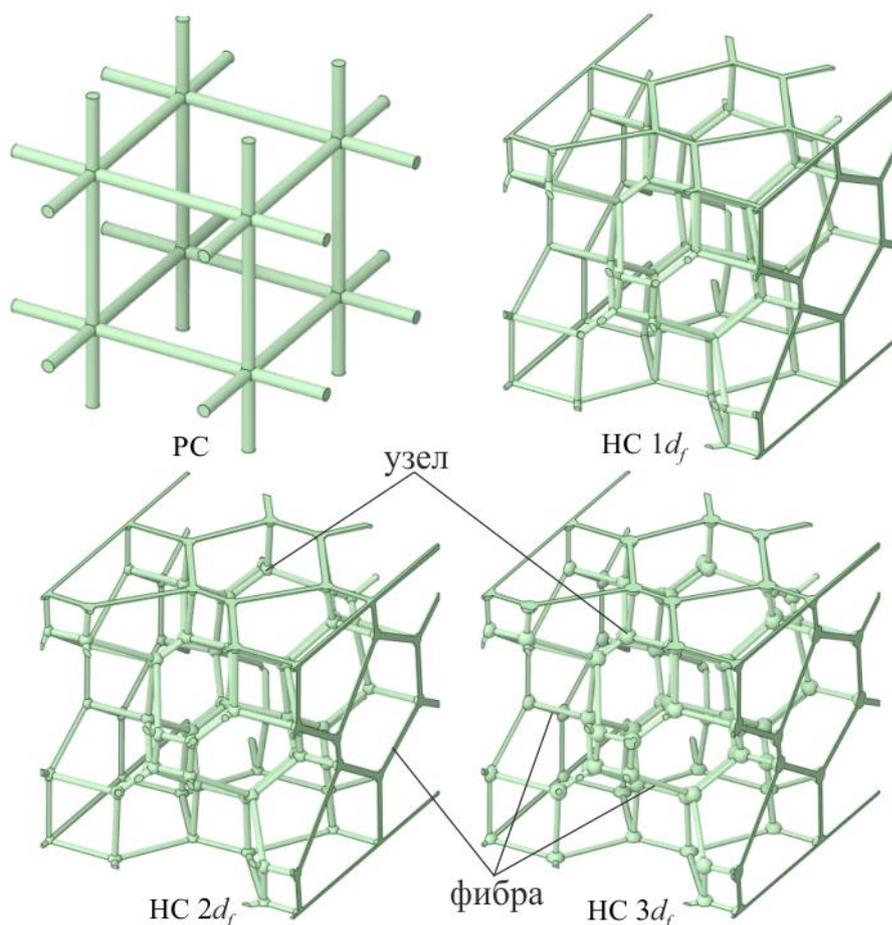


Рис. 1. – Модели изоляционных конструкций. Регулярная структура и нерегулярная структура при различном отношении диаметра узла к диаметру фибер.

Численное исследование эффективной теплопроводности проводилось в AnsysFluent. Граничные условия приведены на рис. 2. Теплофизические свойства воздуха были постоянными и соответствовали температуре 25 градусов. Теплофизические свойства материала пористой среды также не зависели от температуры. В качестве материала изоляции был выбран вспененный меламин. Теплопроводность меламина соответствовала 0,375

Вт/м·К, плотность -  $1490 \text{ кг/м}^3$ , теплоемкость -  $1200 \text{ Дж/кг К}$ . Поскольку теплофизические свойства среды были постоянными, расчет шел в стационарной постановке без учета силы тяжести.

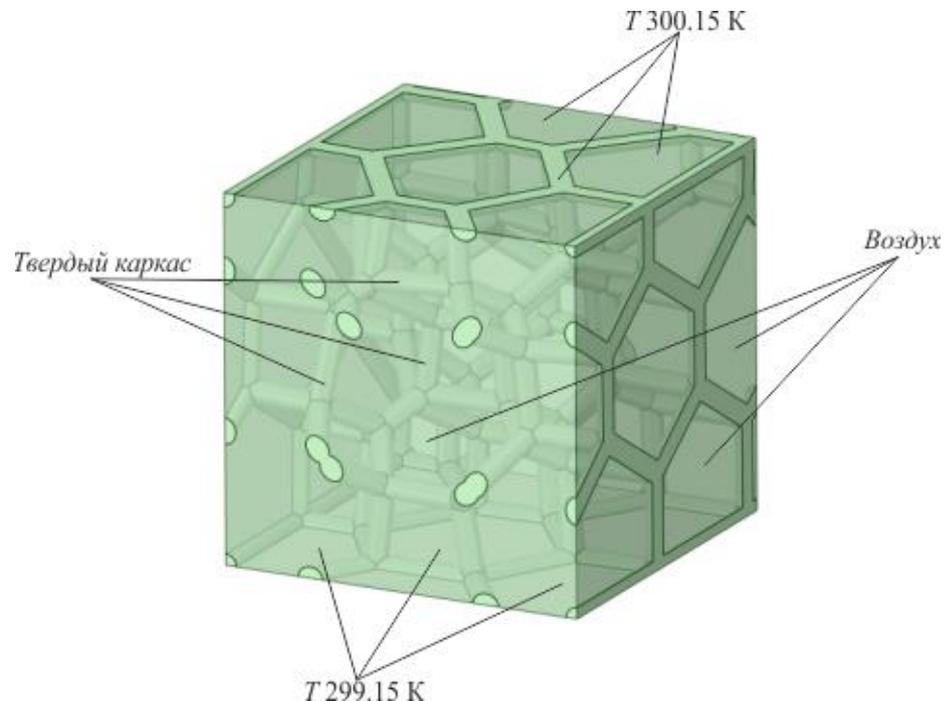


Рис. 2. – Расчетная область с граничными условиями.

Для верификации математической модели эффективная теплопроводность вспененного меламина определялась экспериментально. Толщина образца составляла 24 мм длина и ширина - 150 мм. Эффективная теплопроводность вспененного меламина определялась на измерителе теплопроводности ИТС-1, согласно ГОСТ 7076-99 (рис. 3). При проведении измерений меламин был поджат непосредственно в приборе ИТС-1, для лучшего контакта с датчиками температуры прибора, что привело к уменьшению порозности. Толщина вспененного меламина при проведении измерений в результате поджатия в приборе соответствовала 12,7 мм, что согласуется с порозностью 0,987.

Результат численного моделирования показал удовлетворительное совпадение с экспериментальным значением эффективной

теплопроводности. Отличие в значениях теплопроводности с нерегулярными структурами при порозности 0,987 составило 8,7%, 8,5%, 9,1% для нерегулярных структур с диаметром узлов  $1d_f$ ,  $2d_f$ ,  $3d_f$  соответственно.



Рис. 3. – Измеритель теплопроводности ИТС-1.

Теплопроводность пористых структур регулярной формы также определялась теоретическим методом. Приближенно эффективную теплопроводность структуры с длинными фибрами можно рассчитать по модели «плиты» [8]:

$$\lambda_c = \lambda_m \cdot (1 - \varepsilon) + \lambda_v \cdot \varepsilon, \quad (1)$$

где  $\lambda_c$  – эффективная теплопроводность структуры, Вт/м·К;  $\lambda_m$  – теплопроводность материала фибр структуры, Вт/м·К;  $\lambda_v$  – теплопроводность инертного наполнителя (газа), Вт/м·К; где  $\varepsilon$  – порозность определяется следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{V_v}{V_c} = \frac{V_v}{(2d_c)^3},$$

где  $V_v$  – объем воздуха, м<sup>3</sup>;  $V_c$  – объем структуры, м<sup>3</sup>.

Для повышения точности расчета с учетом конструктивных особенностей структур в формулу (1) вводятся коэффициенты, учитывающие

длину теплопроводящих фибр и относительный объем фибр, не участвующих в теплообмене (рис. 4)

$$\lambda_c = \frac{1 - k_2}{k_1} \lambda_m \cdot (1 - \varepsilon) + \lambda_b \cdot \varepsilon, \quad (2)$$

где  $k_1 = \langle L_f \rangle / \delta_c \geq 1$  – коэффициент длины фибр;  $\langle L_f \rangle$  – средняя длина теплопроводящих фибр, м;  $\delta_c$  – толщина структуры, м;  $k_2 = V_{fb} / V_f \leq 1$  – объемный коэффициент балластных фибр, где  $V_{fb}$  – объем балластных фибр, м<sup>3</sup>;  $V_f$  – объем всех фибр, м<sup>3</sup>.

Коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  в формуле (2) были приняты 1 и 0,354, для регулярной структуры (рис. 1).



Рис. 4. – Модель теплопроводной структуры: 1 – теплопроводящие фибры; 2 – балластные фибры.

На рис. 5,6 приведена эффективная теплопроводность пористых материалов, полученная в результате численного моделирования и формуле (2). На рис. 7 показано распределение температур в исследуемых структурах сконструированной изоляции. Теплопроводность всех структур существенно зависит от их порозности, что очевидно, поскольку с уменьшением порозности доля объема воздуха уменьшается. Теплопроводность воздуха на порядок меньше теплопроводности материала. При максимальной порозности теплопроводность пористых структур практически не зависит от геометрии и находится в диапазоне от 0,0283 до

0,0284 Вт/м·К. При повышении порозности доля материала уменьшается, поэтому эффективная теплопроводность изоляционной конструкции лимитируется теплопроводностью воздуха при данной температуре и не зависит от геометрии. Среди рассмотренных геометрий пористых структур, максимальной теплопроводностью обладают регулярные структуры. Теплопроводность регулярной структуры при минимальной порозности составила 0,0817 Вт/м К. Повышение теплопроводности регулярной структуры, по сравнению с нерегулярной, связана с наличием прямых участков по пути распространения тепла. По рис. 5. видно, что теплопроводность, рассчитанная по формуле (2), лучше всего согласуется с данными численного моделирования, полученными для регулярных структур. Максимальное отличие теоретического решения с данными численного моделирования для регулярных структур составляет не более 8,1 %. Увеличение разницы между теоретической формулой (2) и данными численного моделирования для нерегулярной структуры связано с искривлением геометрии, изменением отношения диаметра узла к диаметру фибер. Формула (2) рассчитывалась только при значениях коэффициентов  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 0,354$  регулярной структуры. Увеличение отношения диаметра узлов ячеек к диаметру фибер не влияет на эффективную теплопроводность при максимальной порозности 0,99. С уменьшением порозности увеличение отношения диаметра узлов ячеек к диаметру фибер приводит к изменению эффективной теплопроводности (рис. 6), поскольку с уменьшением порозности доля материала в воздушной среде становится достаточной для влияния на эффективную теплопроводность изоляционной конструкции. Увеличение отношения диаметра узлов ячеек к диаметру фибер  $d_n/d_f$ , при порозностях меньше 0,99 приводит к уменьшению эффективной теплопроводности. Несмотря на увеличение диаметра узлов ячеек, при

---

порозностях меньше 0,99, перенос тепла в конструкции определяется диаметром фибер.

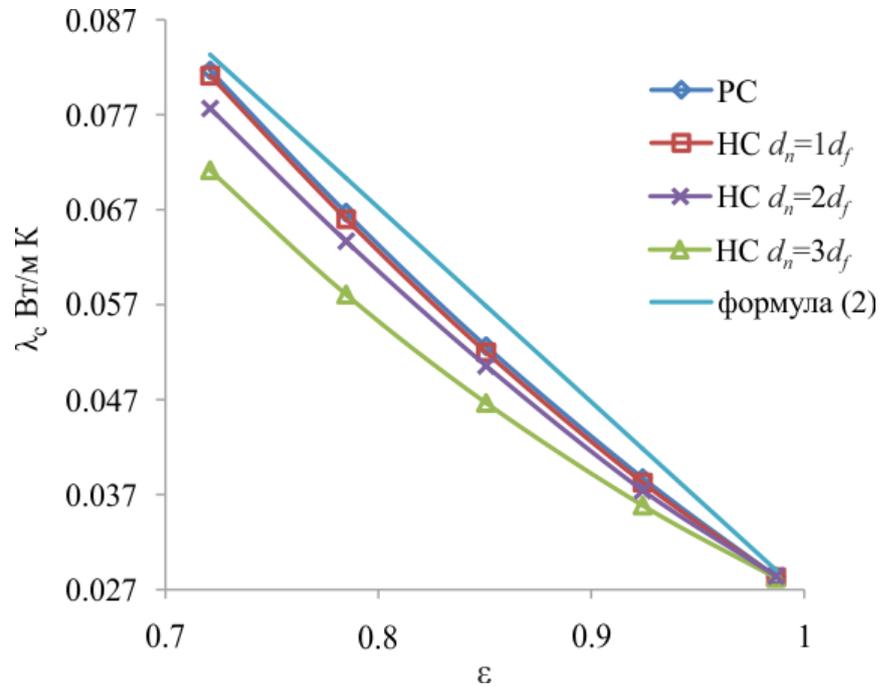


Рис. 5. – Эффективная теплопроводность изоляционных конструкций при различной порозности.

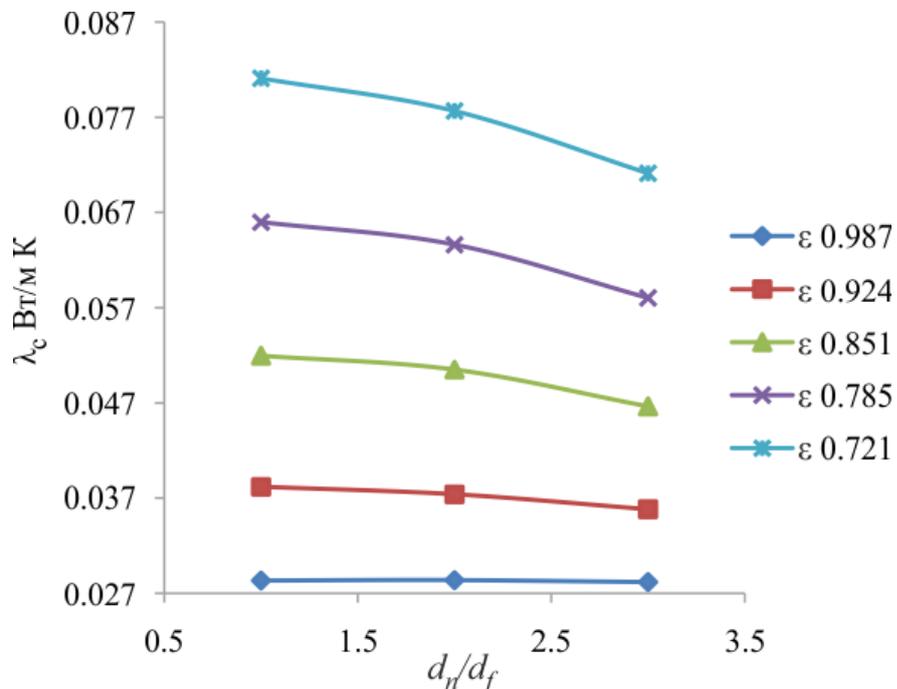


Рис. 6. – Эффективная теплопроводность нерегулярной структуры при различном отношении диаметра узла к диаметру фибер.

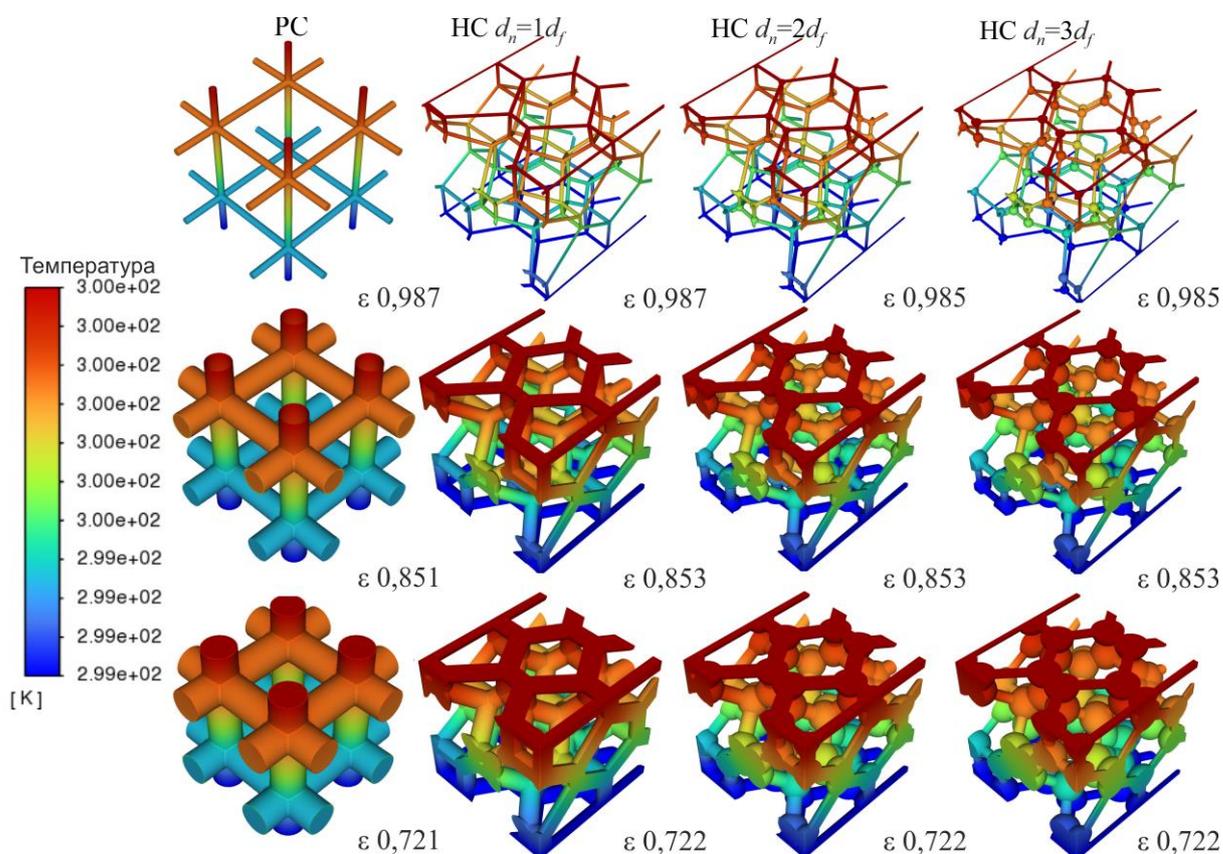


Рис. 7. – Контуры температуры каркаса изоляционной конструкции для регулярной и нерегулярной структуры, при разном отношении диаметра узла к диаметру фибер.

Для прогнозирования эффективной теплопроводности высокопористых структур в воздушной среде с порозностью 0,99 независимо от геометрии структуры материала, можно использовать теоретическое решение. При уменьшении порозности теоретическое решение можно использовать для регулярных структур и нерегулярных структур, сгенерированных методом диаграммы Вороного, при равном отношении диаметра узла к диаметру фибер. Для прогнозирования эффективной теплопроводности нерегулярных изоляционных конструкций, при порозностях меньше 0,99 и существенном искривленности геометрии, перенос тепла в сложной трехмерной геометрии необходимо разрешать численно. Для использования теоретического

решения в широком диапазоне порозностей и параметров геометрии структуры в формулу (2) должны быть введены дополнительные константы.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-79-10406, [rscf.ru/project/21-79-10406/](https://rscf.ru/project/21-79-10406/).*

### Литература

1. Шеина С.Г., Миненко А.Н. Анализ и расчет «мостиков холода» с целью повышения энергетической эффективности жилых зданий // Инженерный вестник Дона, 2012, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1097](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1097).
2. Базукова Э.Р., Ваньков Ю.В. Тепловые потери паропроводов при ухудшении свойств изоляции в процессе эксплуатации Казанский государственный энергетический университет // Инженерный вестник Дона, 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3249](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3249).
3. Gusyachkin A.M., Sabitov L.S., Khakimova A.M., Hayrullin A.R. Effects of moisture content on thermal conductivity of thermal insulation materials // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2019. Vol. 570, № 1 URL: [iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/570/1/012029](https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/570/1/012029).
4. Abdou A., Budaiwi I. The variation of thermal conductivity of fibrous insulation materials under different levels of moisture content // Construction and Building Materials. 2013. Vol. 43. pp. 533–544.
5. Karamanos A., Hاديarakou S., Papadopoulos A.M. The impact of temperature and moisture on the thermal performance of stone wool // Energy and Buildings. 2008. Vol. 40, № 8. pp. 1402–1411.
6. Zhou S. Ding Y., Wang Z., Dong J., She A., Wei Y., Li R. Weathering of Roofing Insulation Materials under Multi-Field Coupling Conditions // Materials (Basel). 2019. Vol. 12, № 20 URL: [ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6829217/](https://ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6829217/).

7. Cai S., Cremaschi L., Ghajar A.J. Pipe insulation thermal conductivity under dry and wet condensing conditions with moisture ingress: A critical review // HVAC&R Research. 2014. Vol. 20, № 4. pp. 458–479.
8. Clyne T.W. 4.7 Thermal and Electrical Conduction in Metal Matrix Composites // Comprehensive Composite Materials II. Elsevier, 2018. pp. 188–212.
9. Abishek S, King A.J.C., Mead-Hunter R., Golkarfard V., Heikamp W., Mullinsa B.J. Generation and validation of virtual nonwoven, foam and knitted filter (separator/coalescer) geometries for CFD simulations // Separation and Purification Technology. 2017. Vol. 188. pp. 493–507.
10. Nie Z., Lin Y., Tong Q. Numerical investigation of pressure drop and heat transfer through open cell foams with 3D Laguerre-Voronoi model // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017. Vol. 113. pp. 819–839.
11. Zhang M., Shang J., Guo S., Hur B., Yue X. Numerical Investigation of Effective Thermal Conductivity of Strut-Based Cellular Structures Designed by Spatial Voronoi Tessellation // Materials. 2020. Vol. 14, № 1. URL: [mdpi.com/1996-1944/14/1/138](https://doi.org/10.3390/1996-1944/14/1/138).

### References

1. Sheina S.G., Minenko A.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2012, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1097](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1097).
  2. Bazukova E.R., Van'kov YU.V Inzhenernyj vestnik Dona, 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3249](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3249).
  3. Gusyachkin A.M. Sabitov L.S., Khakimova A.M., Hayrullin A.R. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2019. Vol. 570, № 1. URL: [iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/570/1/012029](https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/570/1/012029).
  4. Abdou A., Budaiwi I. Construction and Building Materials. 2013. Vol. 43. pp. 533–544.
-



5. Karamanos A., Hadiarakou S., Papadopoulos A.M. Energy and Buildings. 2008. Vol. 40, № 8. pp. 1402–1411.
6. Zhou S. Ding Y., Wang Z., Dong J., She A., Wei Y., Li R. Materials (Basel). 2019. Vol. 12, № 20. URL: [ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6829217/](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/PMC6829217/).
7. Cai S., Cremaschi L., Ghajar A.J. HVAC&R Research. 2014. Vol. 20, № 4. pp. 458–479.
8. Clyne T.W. Comprehensive Composite Materials II. Elsevier, 2018. pp. 188–212.
9. Abishek S, King A.J.C., Mead-Hunter R., Golkarfard V., Heikamp W., Mullinsa B.J. Separation and Purification Technology. 2017. Vol. 188. pp. 493–507.
10. Nie Z., Lin Y., Tong Q. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017. Vol. 113. pp. 819–839.
11. Zhang M., Shang J., Guo S., Hur B., Yue X. Materials. 2020. Vol. 14, № 1. URL: [mdpi.com/1996-1944/14/1/138](https://www.mdpi.com/1996-1944/14/1/138).