

## Методология численного эксперимента динамической модели подпокровного агрегата

**В.П. Максимов**

ФГБОУ ВПО Новочеркасская государственная мелиоративная академия, г. Новочеркасск

Проблема повышения эффективности сельскохозяйственного производства в степных районах России, главным образом в зоне каштановых почв, во многом связана с мелиорацией и освоением солонцовых земель. Многочисленными исследованиями доказано, что подпокровное фрезерование наилучшим образом соответствует предъявляемым агротехническим требованиям. Однако структурные схемы существующих подпокровных фрезерователей (агрегатов) весьма разнообразны, оценки их эффективности сложны и достаточно противоречивы. Поэтому научная задача по выбору метода и разработке на его базе методики построения рациональной структуры объекта с последующей локальной оптимизацией конструктивных и режимных параметров подпокровного агрегата является актуальной. Первая часть задачи решена на объектном уровне [1], а базой для решения второй (конкретный уровень) является разработанная математическая модель подпокровного агрегата [2].

### *Общие положения*

Широкое внедрение в исследовательскую практику математического моделирования сдерживается не только сложностью и неформализованным характером построения непосредственно матмодели, но и возможностью получения ошибочных результатов в связи с неправильно выбранной методикой работы с ней. Поскольку рассматриваемая модель является нелинейной и достаточно высокого порядка, то решение её осуществляется на компьютере. Поэтому актуальной задачей является разработка алгоритма (методологии) проведения такого эксперимента, который гарантированно обеспечивает достоверность результата.

Основным методом исследования сложных динамических систем является имитационное моделирование, под которым понимается постановка экспериментов на модели реальной системы с целью либо понять поведение системы, либо оценить (в рамках заданных ограничений) различные стратегии, обеспечивающие функционирование системы [3]. На стадии проектирования имитационное моделирование является практически единственным доступным методом получения информации о поведении системы в различных условиях внешнего воздействия и о влиянии на это поведение конструктивных и режимных параметров системы.

Исследуемая математическая модель системы состоит из 12 уравнений Лагранжа второго рода и является комбинированной, так как объединяет подсистемы, описываемые математическими моделями различного типа – аналитические (определение удельных коэффициентов сопротивления, нагрузки на пассивные рабочие органы), дискретно-детерминированные (моменты на фрезях) и стохастические (колебания внешних возмущений), каждая из которых требует соответствующего метода решения. Поэтому для таких моделей имитационное моделирование по своей сути является компьютерным (численным) экспериментом. Такое определение достаточно широко используется [4,5] и, учитывая особенности исследуемой системы и решаемых задач, наиболее полно отвечает смыслу работы.

Проведение численного эксперимента (реализация математической модели на ЭВМ) предполагает построение соответствующего моделирующего алгоритма, который, воспроизводя процесс функционирования системы во времени, позволит получать сведения о состоянии процесса и оценивать влияние изменения различных параметров на характеристики системы.

Информация о рассматриваемой динамической системе подпокровного агрегата (ПА) представлена с применением различных символов (знаков, букв и цифр) в виде системы дифференциальных уравнений, т.е. отображена в естественно-языковой (ЕЯ) среде.

Следовательно, необходимо решить проблему перехода от естественно-языкового представления информации к формально-языковому (ФЯ) представлению ее в вычислительной среде и организации интерфейса исследователя с этой средой:

$$\text{ЕЯ} \xrightarrow{\text{семиот}} \text{ФЯ},$$

где *семиот* – семиотические правила, обеспечивающие переход от ЕЯ к ФЯ.

Для этого могут быть использованы различные технические, программные и информационные средства [3-5] выбор которых зависит от сложности исследуемой системы, типа решаемых задач и возможностей вычислительной техники.

Исследование моделей сложного объекта, такого как ПА, на базе классического (индуктивного) подхода не эффективно, так как в этом случае единая модель образуется простым суммированием ее отдельных компонент, причем они изолированы друг от друга и решают свои собственные задачи.

Разрабатываемая методология исследования имитационной модели базируется на системном подходе и включает три аспекта: организационно-подготовительный, непосредственно численный эксперимент, идентификация полученных результатов.

К организационно-подготовительному аспекту относится аппаратно-программное обеспечение имитационного моделирования, включающее разработку требований к программе, выбор соответствующего пакета прикладных программ, приведение математической модели к требуемому виду, организация интерфейса, отладка программы.

Численный эксперимент предусматривает определение управляемых факторов и накладываемых на них ограничений, разработку плана эксперимента и соответствующего числа прогонов компьютерной модели.

Идентификация полученных результатов осуществляется путем оценки показателей качества рабочих процессов при выполнении условий устойчивости системы и достоверности результатов.

### ***Разработка функциональных требований и выбор базового пакета прикладных программ***

Известно огромное количество работ, посвященных компьютерному моделированию, из которых выделим [3-5] как наиболее близко отражающие рассматриваемую проблему. В этих работах приведена классификация программных средств, определены функциональные требования к ним в соответствии с решаемыми задачами и дан анализ областей применения, достоинств и недостатков различных пакетов прикладных программ.

Обобщение этих сведений позволяет сформулировать основные функциональные требования к программному обеспечению численного эксперимента с конкретной динамической системой ПФ:

- генерирование случайных величин с заданным распределением вероятностей (нормальное распределение);
- моделирование блочно заданных систем;
- определение следующего события по списку и передача управления соответствующему блоку;
- добавление записей в список или их удаление;
- интеграция с другими математическими системами;
- сбор выходных статистических данных и создание отчета с результатами в численном, табличном и графическом виде.

В наибольшей мере этим требованиям соответствует пакет MatLAB с подсистемами Simulink который и принят в качестве базового.

### ***Организация и логика программы***

Для реализации математической модели на ЭВМ необходимо преобразовать ее к соответствующему машинному виду.

Сгруппируем по функциональному признаку параметры динамической системы в массивы  $K_{ji}$ ,

где  $K1(i)$  – скорость трактора,  $i = \overline{1,2}$ ;  $K2(i)$  – параметры муфт,  $i = \overline{1,4}$ ;  
 $K3(i)$  – моменты инерции и массы,  $i = \overline{1,15}$ ;  $K4(i)$  – жесткости,  $i = \overline{1,9}$ ;  
 $K5(i)$  – моменты,  $i = \overline{1,4}$ ;  $K6(i)$  – передаточные числа,  $i = \overline{1,4}$ ;  
 $K7(i)$  – коэффициенты,  $i = \overline{1,25}$ ;  $K8(i)$  – плечи сил,  $i = \overline{1,9}$ ;  
 $K9(i)$  – углы поворота,  $i = \overline{1,13}$ ;  $K10(i)$  – скорости,  $i = \overline{1,13}$ ;  
 $K11(i)$  – реакции орудия,  $i = \overline{1,4}$ .

Обозначим вектор состояния системы как  $S = [S(1) \dots S(24)]$ ,  
 где  $S(1) \dots S(24)$  – параметры рассматриваемой системы [2, (5.18)], а через  $S(25)$  – текущее время интегрирования.

Перепишем исходную систему в следующем виде (принцип процедуры преобразования покажем на примере первого уравнения системы [2]):

$$\begin{cases} YY(1) = S(2) \\ YY(2) = (S(7) - S(1)) \cdot K4(3) \cdot (1 - K7(1)) \cdot \text{sign}(S(2)) - K5(2) - \\ \quad - MF1MF1 / K3(1) \\ \dots \end{cases}$$

Структурная схема программы реализующую систему уравнений математической модели представлена набором основных модулей:

- *initproject.m* – реализует динамику объекта на интервале **0–0,00325**.

Количество интервалов интегрирования определено переменной  $SET\_OF\_DYNAMICS\_PART=32$ .

Длина элементарного интервала интегрирования

$LENGTH\_OF\_SMALL\_INTEGRATION\_PART=0,00015$ .

Динамика на элементарных участках накапливается в файлах *dynamic\_S(i).dat*, где  $i = \overline{1 \dots 24}$  – номер координаты вектора состояния системы.

- *ode45(A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>)* – реализует схему интегрирования Рунге-Кутты, где  $A_1$  – указатель на функцию, вычисляющую правые части уравнений;  
 $A_2 = TSPAN$  – массив "времен" в которых определяется текущая динамика. При  $L_i = 0,00015$  и  $STEP\_INTEGRATION = 10^{-6}S$ , количество промежуточных точек  $N = 100$ ;  
 $A_3$  – вектор начальных условий;  
 $A_4$  – вектор, определяющий абсолютную и относительную точности получаемых решений.
- *allproject1.m* – вычисляет правые части системы дифференциальных уравнений, приведенных к нормальному виду.
- *PART\_OF\_MOMENTS.m* – вычисляет суммарные моменты на фреззах  $M_{\phi 1}$  и  $M_{\phi 2}$ , реакции фрез  $N_{\phi}$  и  $R_{\phi}$ , момент двигателя  $M_{де}$ , моменты на муфтах  $M_{нт}$  и  $M_{нф}$ . *momentpart1.m* – вычисляет моменты  $M^r(\varphi_i)$  и  $M_1(\varphi_i)$ . *m1f.m*, *mmf.m*, *mtf.m* – подынтегральные функции; *readdynamic.m* – выполняет проверку динамики на элементарном участке интегрирования и строит графики координат вектора состояний системы.

### Выбор управляемых факторов и планирование эксперимента

К достоинствам компьютерного моделирования относится возможность варьирования значениями (уровнями) любого фактора и регистрация их значений. В этом смысле все факторы модели являются управляемыми и наблюдаемыми. Очевидно, что управляемый фактор должен непосредственно и однозначно влиять на динамику системы и иметь в течение прогона зафиксированное значение. При многофакторном эксперименте дополнительно необходимо соблюдать условия совместимости и независимости [3-5].

Анализ параметров исследуемой системы на предмет соответствия этим требованиям показывает, что большинство из них не может быть признано управляемыми факторами.

Дальнейший отсев факторов основывается на оценке степени влияния на интересующие (в рамках поставленных задач) отклики системы и конструктивной целесообразности.

В результате на данном этапе исследования в качестве управляемых выбраны следующие 4 фактора:

1.  $i_{кп}$  – передаточное число коробки передач редуктора (изменение скорости движения трактора);
2.  $i_1$  – передаточное число редуктора ВОМ (изменение частоты вращения фрез);
3.  $C_{к2}$  – жесткость трансмиссионного вала (влияние на динамику привода фрез);
4.  $l_{цв}$  – координата мгновенного центра вращения (влияние на динамику колебания орудия в вертикальной плоскости).

Поскольку эксперименты физически не могут быть реализованы во всех точках факторного пространства, то ее локализуют путем соответствующего выбора интервалов варьирования экзогенных переменных. В этом случае состояние системы будет определяться некоторым фиксированным набором уровней четырех вышеприведенных факторов. Выбор интервалов варьирования уровней основан на априорной информации о внешней среде и взаимодействующей с ней системе, и ограничивается для  $i_{кп}$  и  $i_1$  параметрами трактора Т-150, для  $l_{цв}$  конструктивными особенностями 3-х точечной подвески, а для  $C_{к2}$  условиями прочности.

Максимум информации о свойствах исследуемой системы при минимуме опытов возможно получить за счет рационального планирования эксперимента. Теория планирования эксперимента подробно разработана и широко освещается в многочисленных работах. Обычно рассматривают две компоненты планирования: стратегическое и тактическое [4].

Стратегическое планирование ставит в соответствии с выбранной целью решение задачи получения необходимой информации о поведении системы. Целями проведения численного эксперимента могут быть анализ и синтез системы. В первом случае ищется зависимость реакции (отклика) от факторов, а во втором – находится такая комбинация значений факторов, при которой обеспечивается экстремальное значение реакции. Это приводит к некоторым отличиям при выборе ограничений, количества факторов и их уровней, плана эксперимента и оценки результатов [5].

На первом этапе исследования системы, когда еще не совсем ясно какие факторы важны и как они могут влиять на отклики, особенно эффективны факторные планы типа  $2^k$  или типа  $2^{k-p}$  с дробными репликами. Здесь обозначено: 2 – число уровней варьирования факторов;  $k$  – число факторов;  $p$  – число линейных эффектов, приравненных к эффектам взаимодействия.

Поскольку факторные планы с дробными репликами обеспечивают хорошие оценки главных эффектов при значительном сокращении времени вычислений, то в качестве базового принят план с полуреplikой и разрешающей способностью  $IV - 2_{IV}^{k-1}$ . В соответствии с чем строится матрица факторного плана.

В результате реализации вышеприведенного плана появляется возможность определить наилучшее сочетание уровней факторов 1, 2 и 4 и, зафиксировав эти значения, провести серию опытов в каждом из которых исследуется только реакция фактора 3.

Тактическое планирование решает вопросы определения конкретных способов проведения опытов, начальных условий, обеспечения точности и достоверности результатов, остановки эксперимента и т.п. [4, 5].

### ***Устойчивость системы и оценки показателей качества динамических процессов***

Установлено, что первостепенным и фундаментальным динамическим показателем является асимптотическая устойчивость движения замкнутой системы [6, 7]. Это означает, что о качестве динамических процессов можно говорить лишь при устойчивости систем. Первые решения задач устойчивости получены А.М. Ляпуновым в его известных теоремах.

В [6] отмечается, что для решения многих технических задач метод Ляпунова является недостаточно эффективным, в том числе и потому, что предполагает сохранение неизменным равновесного состояния системы, хотя на практике часто требуется исследовать динамические характеристики системы при различных входных сигналах. Из теории автоматического управления [6, 7] известны другие алгебраические критерии устойчивости, например, Гурвица, Рауса, Лъенара, Шепара которые требуют составления характеристического полинома и определения его коэффициентов. Однако и эти методы в силу вышеприведенных причин так же труднореализуемы. Поэтому [6] следует использовать моделирование, т.е. воспроизведение систем и сигналов на цифровых ЭВМ. Подобный подход к расчету процесса не только упрощает решение задач устойчивости выходной переменной, но и позволяет решать многие новые, например, определение показателей качества динамических процессов. При этом отпадает необходимость линеаризации нелинейной системы дифференциальных уравнений при помощи различных упрощений и допущений, что в конечном итоге приводит к появлению трудно оцениваемой погрешности.

Вследствие изложенного принят численный метод исследования. Обоснование и методология его применения разработана в работе [7]. В целом для этого метода применима методика многофакторного эксперимента. После коррекции функционала численного алгоритма можно интерпретировать как решение уравнений характеристик, соответствующих уравнению Ляпунова в задаче оптимизации управления по функционалам обобщенной работы [7]. Обобщение известных положений позволяет сформулировать принципы анализа устойчивости системы численным методом. Все необходимые вычисления осуществляются циклически с продолжительностью цикла  $\Delta t_{\text{ц}}$ . При известном  $x(t)$  определяется состояние системы в заданный момент  $t_2$ . Численный алгоритм включает следующие операции:

- измерение или оценка текущего состояния системы в дискретные моменты времени, соответствующие началу цикла;
- прогнозирование свободного движения системы в заданном интервале  $[t_{\text{ц}}, t_2]$  с начальными условиями, совпадающими с текущим в момент  $t_{\text{ц}}$  состоянием системы;
- вычисление показателей качества и их оценка.

Функционирование системы определяется ее внутренними свойствами и внешними воздействиями, характер и величина изменений которых задают режим функционирования – установившийся и неуставившийся. При этом фазовая координата  $S(t)$  может быть представлена в виде двух составляющих  $S(t) = S_{\text{в}} + S_{\text{п}}$ , где  $S_{\text{в}}(t)$  – вынужденная установившаяся составляющая;  $S_{\text{п}}$  – переходная составляющая.

Опыт исследования динамических процессов различных технических систем отдаёт предпочтение следующим показателям качества.

Для переходного процесса:

- время переходного процесса  $t_{\text{п}}$ ;
- коэффициент динамичности  $k_{\text{д}}$ ;
- декремент колебаний  $D$ ;
- колебательность  $K$ ;

Для установившегося процесса:

- коэффициент динамичности  $k_{\text{д}}$ ;
- коэффициент неравномерности  $k_{\text{н}}$ .

#### ***Анализ достоверности результатов имитационного моделирования***

Степень доверия к результатам, полученным при имитационном моделировании, зависит, прежде всего, от того насколько точно имитационная модель соответствует реальной системе, то есть, адекватна ли модель системе. Сложность и неоднозначность этой проблемы объясняет наличие различных подходов и, соответственно, многочисленной литературы, из которой можно выделить [4], содержащей основные сведения.

Современный словарь предметной области включает термины: верификация и валидация. Согласно [4] верификация – есть процесс проверки достоверности модели, заключающийся в определении правильности преобразования математической модели (модельных допущений) в реализующую компьютерную программу, а валидация – это процесс, во-первых, позволяющий установить является ли математическая модель точным представлением системы для конкретных целей исследования и, во-вторых, сравнения модельных и системных данных.

Процесс верификации предполагает множественные итерации, особенно на стадии отладки реализующей программы. Процедуры перехода возможны после выполнения соответствующих условий.

Верификация реализующей компьютерной программы осуществлялась несколькими отработанными методами [4]:

- использованием современных пакетов прикладных программ, снабженных интерактивным отладчиком;
- программа отлаживалась по модулям и подпрограммам;
- прогон имитационной модели выполнялся при упрощающих допущениях, для которых были известны истинные характеристики модели.

Для валидации моделей предложен ряд статистических критериев для сравнения выходных данных, полученных с помощью имитационной модели, с выходными данными соответствующей реальной системы. В первую очередь это  $t$ -критерий Стьюдента, двухсторонний критерий "хи-квадрат", критерий Колмогорова-Смирнова и др. с помощью которых можно определить являются ли распределения, лежащие в основе наборов модельных и системных данных, одинаковыми. Следует отметить, что эти критерии предназначены для независимых и одинаково распределенных данных. Однако выходные процессы всех реальных и имитационных моделей являются нестационарными и автокоррелированными [3-6], поэтому ни один из этих критериев невозможно применить к ним непосредственно. В этом случае проблема может быть решена с помощью методов проверки или доверительного интервала.

Наибольшее распространение среди специалистов имитационного моделирования получил первый метод, который предполагает вычисление выборочных средних значений по реальным наблюдениям и соответствующих выборочных средних по выходным данным моделирования с последующим сравнением этих двух статистических рядов без использования формальных статистических процедур. Для переходных режимов можно применять метод построения доверительного интервала с заданной степенью вероятности на основе парного  $t$ -критерия Стьюдента [4].

### ***Некоторые результаты численного эксперимента***

В соответствии с планом численного эксперимента было проведено восемь прогонов компьютерной модели. Моделирующий алгоритм, воспроизводящий процесс эволюции функционирования системы, позволяет получать сведения о состоянии процесса и оценивать взаимное влияние изменения различных параметров на характеристики системы. Уровни варьирования управляемых факторов выбирались в соответствии с вышеизложенным. В качестве примера показана оценка влияния жесткости трансмиссии привода фрез (рис. 1 и 2).

На рис.1 показаны колебания угловой скорости и крутящего момента на трансмиссионном валу от ВОМ к коническому редуктору в стационарном режиме при номинальной частоте вращения 540 об/мин. На рис.2 те же характеристики, но при уменьшенной жесткости вала за счет установки упругой муфты. Как видно из рисунков, значительное влияние на нагруженность элементов силовой передачи оказывает жесткость входного элемента – карданной передачи. Так, уменьшение жесткости в 10 раз приводит к снижению коэффициента динамичности на 17%.

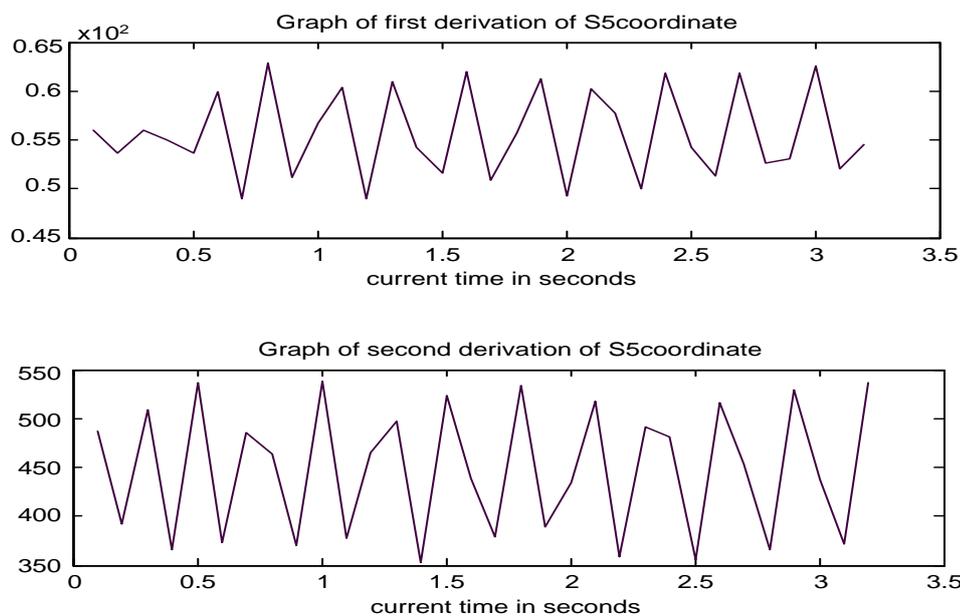


Рис. 1. Колебания угловой скорости (а) и крутящего момента (б) на трансмиссионном валу

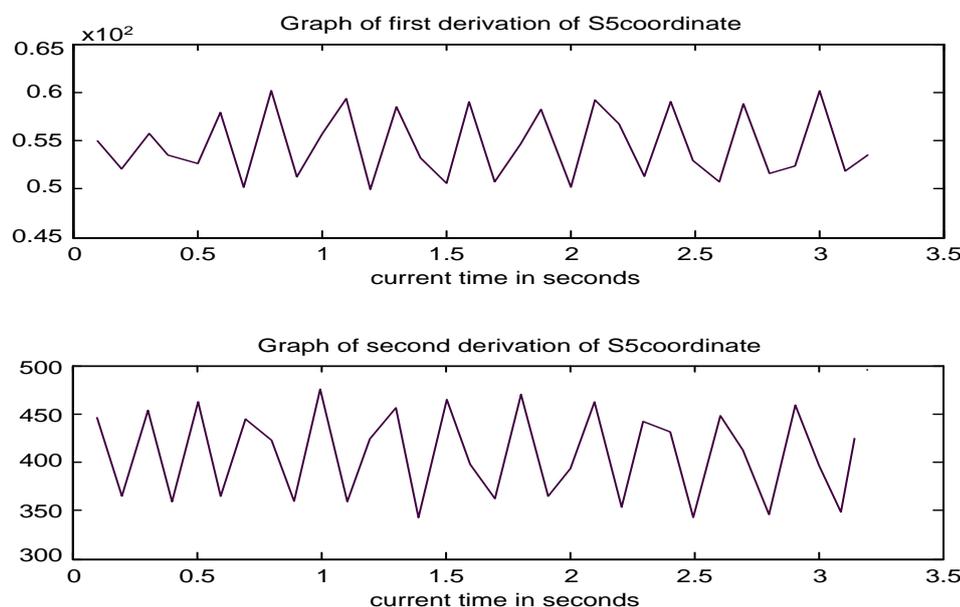


Рис.2. Колебания угловой скорости (а) и крутящего момента (б) на трансмиссионном валу при уменьшении его жесткости за счет упругой муфты

### Литература

1. Максимов В.П. Методология системного анализа и синтеза базовой структуры подпокрывного агрегата // Известия вузов. Сев.-Кавк. Регион. Технические науки. № 4. 2006
2. Максимов В.П. Математическое моделирование рабочих процессов при мелиорировании солонцовых почв подпокрывными фрезерователями. – Ростов-на-Дону: Изд-во СКНЦВШ. 2002
3. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. – М.: Высшая школа, 2007
4. Кельтон В., Лоу А. Имитационное моделирование. Классика. CS. – СПб.: Питер, 2004
5. Бенъкович Е.С., Колесов Ю.Б., Сеничев Ю.Б. Практическое проектирование динамических систем. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002
6. Гельднер Г., Кубик С. Нелинейные системы управления: Пер. с нем. – М.: Мир, 1987
7. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука. 1987