**К определению перемещений оболочек вариационно-энергетическим методом**

С.В. Бурцева, Г.П. Стрельников

Расчет оболочек вариационно-энергетическим методом основан на принципе минимума полной потенциальной энергии системы (*Э*), численно равной разности работы внутренних сил (*А*) и внешних сил (*А*вн). Задача решается в перемещениях. Компоненты перемещения произвольной точки срединной поверхности оболочки вдоль осей криволинейной системы координат выбираются в виде бесконечных двойных рядов, члены которых состоят из произведения постоянных параметров , подлежащих определению и линейно независимых функций , удовлетворяющих геометрическим граничным условиям

В статье [10] приводится выражение для работы внутренних сил в матричном виде в криволинейной ортогональной системе координат

Матрица *F*, содержащая аппроксимирующие функции , матрицы *R*, *N* , зависящие от геометрии срединной поверхности оболочки, её толщины и материала приводятся в [10]. Матрица *R,* кроме коэффициентов первой и второй квадратичных форм, содержит символы Кристоффеля второго рода

В случае ортогональной системы координат они могут быть выражены через параметры Ляме следующим образом:

Здесь и производные параметров Ляме соответственно по первой и второй координатам. После подстановки символов Кристоффеля матрица *R* будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *0* | *R*12 | *R*13 | *R*14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *R21* | 0 | 0 | 0 | *R*25 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | *R*32 | 0 | 0 | 0 | 0 | *R*37 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *R*41 | 0 | *R*43 | 0 | 0 | 0 | 0 | *R*48 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *R*51 | *R*52 | 0 | *R*54 | 0 | *R*56 | 0 | 0 | *R*59 | 0 | 0 | *R*512 |
| *R*61 | *R*62 | 0 | 0 | *R*65 | *R*66 | *R*67 | 0 | *R*69 | 0 | 0 | *R*612 |
| *R*71 | *R*72 | 0 | 0 | *R*75 | *R*76 | *R*77 | 0 | *R*79 | 0 | 0 | *R*712 |
| *R*81 | *R*82 | 0 | 0 | 0 | *R*86 | 0 | *R*88 | *R*89 | 0 | 0 | *R*812 |

*R*=

; *. .*

Матрица

является блочной симметричной матрицей порядка 3*mn ×* 3*mn*

где

матрица порядка *mn × mn*

Все элементы этой матрицы будут равны нулю, кроме *rs* –того элемента, равного единице.

Так как матрица *S* симметричная, то

Выражение для работы внешних сил имеет вид

проекция вектора интенсивности внешней нагрузки на оси прямоугольной декартовой системы координат.

- матрица, содержащая косинусы углов между осями прямоугольной декартовой системы координат и векторами криволинейной системы координат, связанной со срединной поверхностью оболочки.

Так как только один элемент матрицы будет равен единице, а остальные нулю, то

Если распределенная нагрузка действует вдоль оси x3 прямоугольной декартовой системы координат ( собственный вес конструкции ), тогда вектор и

В случае нагрузки интенсивности *p*, направленной по нормали к срединной поверхности оболочки, матрица приобретает вид

Введем матрицу   
Из условия стационарности полной потенциальной энергии системы

*Э*=*А* - *А*вн , получаем 3*mn* линейных уравнений для определения 3*mn* неизвестных коэффициентов .

Литература:

1.Аксентян К.Б., Гордеев-Гавриков В.К. Энергетический метод расчета оболочек усложненной формы [Текст]: Монография / К.Б. Аксентян. – Ростов: РИСИ, 1976г. – 320 с.

2. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек [Текст]: Монография / А.Л. Гольденвейзер.− М. «Наука» ,1976г. – 512 с.

3. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности [Текст]: Монография / Васидзу К.– М. «Мир», 1987г. – 542 с.

4. Кильчевский А.Л. Элементы тензорного исчисления и его приложение к механике [Текст]: Монография / А.Л. Кильчевский – М. ГИТТЛ, 1954г.–168с.

5.Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки [Текст]: Монография / С.П. Тимошенко. – М. «Наука», 1966г. – 636 с.

6.Филин А. В. Элементы теории оболочек. Изд. второе, дополн. и перераб. [Текст]: Монография / А. В. Филин − Л.: Стройиздат, 1975г. – 256 с.

7. Koiter W.T. A consistent first approximation in the general theory of thin elastic shells. –In: Proceedings of the Symposium on the Theory of Thin Elastic Shells, IUTAM, Delft. –Amsterdam: North-Holland, 1960, p. 12-33.

8. Reissner E. Variational considerations for elastic beams and shells. – Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 1962, v.88, No.EMI, p. 23-57.

9. Литвинов В.В., Языев Б.М. Энергетический метод в форме Тимошенко-Ритца для определения критических сил осевого сжатия круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2012, №1. – Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2012/722/> (доступ свободный). – Загл. с экрана. – Яз. рус.

10. Бурцева С.В., Стрельников Г.П., Авилкин В.И. К расчету оболочек вариационно-энергетическим методом. [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2012, №4(2). – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1291> (доступ свободный). – Загл. с экрана. – Яз. рус.